

Über Goldchrom-Normalwiderstände.

Von A. SCHULZE und H. EICKE.

Mit 7 Textabbildungen.

(Eingegangen am 23. Mai 1952.)

In der elektrischen Präzisionsmeßtechnik werden bisher fast ausschließlich Manganinwiderstände als Normalwiderstände benutzt. Die Erfahrungen, die Wissenschaft und Technik mit ihnen gemacht haben, können als durchaus befriedigend bezeichnet werden. Doch ließen die erhöhten Anforderungen, die durch die Fortschritte der elektrischen Meßtechnik an derartige Widerstandswerkstoffe gestellt werden, es als notwendig erscheinen, sich nach neuen Werkstoffen umzusehen. So wurden durch die umfangreichen Untersuchungen in der *Physikalisch Technischen Versuchsanstalt*, die später im *Deutschen Amt für Maß und Gewicht* fortgesetzt wurden, auf diesem Gebiete Widerstandswerkstoffe gefunden, die in verschiedener Beziehung dem Manganin — einer Kupfer-Mangan-Legierung mit 86% Cu, 12% Mn, 2% Ni — überlegen sind und deshalb auch bereits für die Beglaubigung von Normal- und Präzisionswiderständen zugelassen sind. Ein Werkstoff, der sich in dieser Beziehung ganz besonders bewährt hat und dem Manganin zweifelsohne überlegen ist, ist die Goldchrom-Widerstandslegierung mit 2,05 Gew. % Chrom.

Diese Goldchromlegierung, die von der Firma *W. C. Heraeus* hergestellt wird, hat einen spezifischen Widerstand von $0,33 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ bei 20°C . Der auf ein Porzellanrohr gewickelte Legierungsdraht wird im Vakuum oder in neutraler Atmosphäre etwa 20 Stunden bei 200°C getempert und anschließend langsam bis auf Raumtemperatur abgekühlt. Im übrigen war die Konstruktion der mit dieser Widerstandslegierung hergestellten Normalwiderstände [1] zunächst die gleiche wie die der Manganinwiderstände. Während der Temperaturkoeffizient des Manganins etwa $10 \text{ bis } 20 \cdot 10^{-6}$ beträgt, wird durch die thermische Behandlung der Goldchromlegierung erreicht, daß ihr Temperaturkoeffizient, der vorher größer als $100 \cdot 10^{-6}$ ist, auf den Betrag von etwa $\pm 1 \cdot 10^{-6}$ herunter geht; er ist somit um eine volle Größenordnung kleiner als der von Manganin. Ein weiterer sehr wesentlicher Vorzug der Goldchrom-Normalwiderstände ist der, daß ihre Widerstandswerte im allgemeinen wenige Wochen nach der Fertigstellung des Widerstandes bereits konstant geworden sind, während die Manganinspulen (umgesponnen) nach der Alterung bei 140°C etwa 1 Jahr lang liegen müssen, bis ihre Widerstände konstante Werte angenommen haben. (Nur bei nackten Manganindrähten, die etwa 1 Stunde bei 400°C gealtert zu werden brauchen, sind die Widerstandswerte unmittelbar nach der Alterung bereits konstant [2].)

Eine große Reihe von Goldchrom-Normalwiderständen ist auf obige Weise hergestellt worden — die ersten sind im Jahre 1936 fertiggestellt —, und zwar

1Ω -Widerstände, bei denen Drähte von 0,5 bis 0,6 mm Durchmesser verwendet werden, 10Ω -Widerstände mit einem Drahtdurchmesser von 0,3 mm, 100Ω -Widerstände mit einem Drahtdurchmesser von 0,1 mm und 1000Ω -Widerstände mit einem Drahtdurchmesser von 0,04 mm. Während die 100Ω - und 1000Ω -Widerstände durch Kriegseinwirkung verlorengegangen sind, konnten die 1Ω - und 10Ω -Widerstände bereits über einen Zeitraum von etwa 15 Jahren beobachtet werden. Hiernach haben dieselben sich während der Beobachtungszeit der ersten 3 bis 4 Jahre um den Betrag von 1 bis 2 Hunderttausendstel geändert, wobei alle Widerstände eine steigende Tendenz aufweisen [3]. Nach einer Beobachtungszeit von etwa 7 Jahren war eine durchschnittliche Widerstandsänderung von 3 Hunderttausendsteln festgestellt worden, und in den folgenden 4 Jahren traten nur noch Änderungen um wenige Milliontel ein [4]. Die Messungen der letzten Jahre zeigten ebenfalls nur noch ganz geringe Änderungen, so daß die Gesamtänderungen der Goldchrom-Widerstände im Laufe von 14 bis 15 Jahren — d.h. von 1936/37 bis 1951/52 — nur den geringen Betrag von etwa 4 Hunderttausendsteln ergeben haben.

Ein Nachteil dieser Goldchrom-Widerstände besteht darin, daß ihre Widerstandswerte merklich durch die Luftfeuchtigkeit beeinflusst werden. Es konnte nämlich festgestellt werden, daß bei Widerstandswerkstoffen, deren Temperaturkoeffizienten durch Tempern den niedrigen Betrag von etwa $1 \cdot 10^{-6}$ erreicht hatten, die Elastizitätsgrenze sich stark erniedrigt hatte. Die Schwankungen der Widerstandswerte durch Änderungen der Luftfeuchtigkeit lagen allerdings nur in der Größenordnung einiger Milliontel; es konnte jedoch mehrfach beobachtet werden, daß bei größeren Feuchtigkeitsänderungen die Elastizitätsgrenze der Widerstandslegierung überschritten war und somit die hervorgerufenen Widerstandsänderungen nicht mehr zurückgingen [5]. Widerstandszunahme durch erhöhte Feuchtigkeit ist, wie von den Manganinwiderständen her bekannt, durch Quellen des Lacks, mit dem auch die Goldchrom-Widerstände zwecks Vermeidung der Oxydation bestrichen werden mußten, und durch die hierdurch verursachte Dehnung des Widerstandsdrahtes zu erklären. Zur Vermeidung solcher Veränderungen müssen die Goldchrom-Widerstände stets in einem Raum konstanter Feuchtigkeit (und zwar bei 50% relat. Feuchtigkeit) aufbewahrt werden.

Um nun den Einfluß der Luftfeuchtigkeit gänzlich auszuschalten, wurden bereits im Jahre 1939 Widerstände hergestellt, bei denen jegliche Verwendung irgendwelchen Lacks vermieden wurde. Der

Goldchrom-Draht, der somit völlig nackt auf dem Porzellanrohr aufgewickelt war, wurde nach der thermischen Behandlung und der darauf folgenden Abgleichung in ein Messinggehäuse eingeschlossen und so von der Außenluft abgeschlossen. Das Innere des Gehäuses war mit einem neutralen Gas, und zwar mit Argon unter dem Druck von etwa einer halben Atmosphäre gefüllt. (Von der Verwendung von Wasserstoff war trotz seiner guten Wärmeleitfähigkeit bewußt Abstand genommen, da ein Reagieren des Wasserstoffs mit dem Edelmetalldraht in irgend

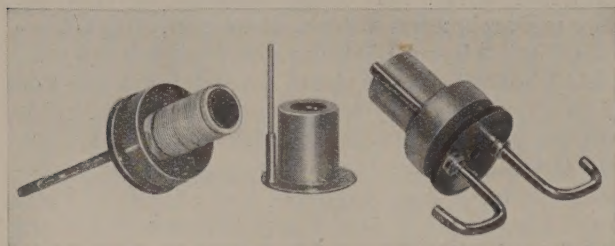


Abb. 1. Ein in Messinggehäuse eingebauter Goldchrom-Widerstand von 10 Ohm (in Argon-Atmosphäre).

einer Weise nicht ausgeschlossen ist.) Der Legierungsdraht war im Innern des Gehäuses an die Kupferzuführungen (Kupferbügel), die von außen her durch das Messinggehäuse isoliert durchgeführt und mit einer Mischung von Bleiglätte und Glycerin abgedichtet waren, hart angelötet [1], [5]. Diese Widerstände, die eine völlige Unabhängigkeit von der Luftfeuchtigkeit gewährleisten, haben sich außerordentlich gut bewährt. Es wurden seinerzeit vier 10-Ω-Widerstände hergestellt, die sich alle nahezu gleich im Verlauf von fast 13 Jahren verhalten haben

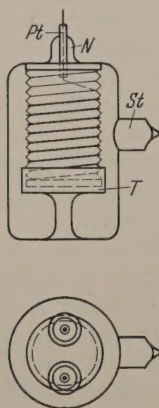


Abb. 2. Ein in Glasumhüllung eingebauter Goldchrom-Widerstand ohne Potentialklemmen — in Argon-Atmosphäre (in Grund- und Aufriß).

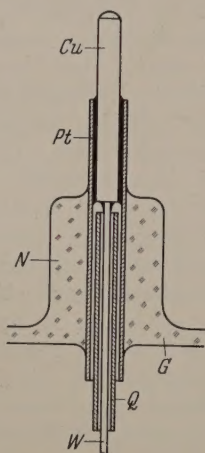


Abb. 3. Durchführung des Widerstandsdrahtes (Goldchrom) durch die Glasumhüllung.

(s. Abb. 1). Als Beispiel soll in der Tabelle 1 das zeitliche Verhalten zweier Widerstände dieser zwölfjährigen Beobachtungszeit wiedergegeben werden. Sie sind gegen einen etwa 60 Jahre alten Manganinwiderstand verglichen, der durch seine besondere zeitliche Konstanz bekannt ist und nur für besondere Hauptnormal-Vergleichungen verwendet wird.

Wie aus dieser Zusammenstellung zu ersehen ist, zeigen die in Argonatmosphäre eingebauten Goldchrom-Widerstände in dem Verlauf von fast 13 Jahren nur Schwankungen um wenige Milliontel, die vermutlich noch auf kleine Änderungen der Feuchtig-

Tabelle 1. Zeitlicher Verlauf der Widerstandswerte (in internat. Ohm) von in Argonatmosphäre eingebauten Goldchrom-Widerständen bei 20° C.

Zeit	10 GA ₁	10 GA ₄
	$\alpha = -0,99 \cdot 10^{-6}$ $\beta = -0,06 \cdot 10^{-6}$	$\alpha = +1,39 \cdot 10^{-6}$ $\beta = -0,07 \cdot 10^{-6}$
9. 5. 1939	10,00020	10,00043
20. 6.	24	43
11. 8.	18	47
17. 11.	23	42
26. 1. 1940	25	40
15. 2.	24	40
27. 6.	20	40
26. 9.	20	41
25. 1. 1941	18	35
28. 2.	16	37
10. 5.	16	35
25. 9.	15	37
9. 3. 1942	16	37
23. 10.	18	35
25. 3. 1943	18	34
22. 2. 1944	18	37
9. 11.	14	42
18. 7. 1945	16	37
27. 10.	21	40
15. 2. 1946	21	41
20. 1. 1947	22	43
5. 6. 1948	22	41
11. 8. 1951	20	47
6. 3. 1952	20	47

keit seitens des Vergleichs-Normalwiderstandes zurückzuführen sind (was durch die kriegs- und nachkriegsbedingte Unterbringung des Laboratoriums nicht zu vermeiden war). Diese Widerstände werden im Deutschen Amt für Maß und Gewicht dauernd für besondere Messungen höchster Genauigkeit verwendet.

Will man nun aber die Goldchrom-Widerstände noch mit Potentialklemmen versehen, die gesondert in das Innere des Gehäuses eingeführt werden sollen, so dürfte die obige Konstruktion des Einbaues in ein Messinggehäuse nicht ratsam sein, da sich hierbei Schwierigkeiten wegen der Abdichtung einstellen.

Es hat sich dabei als zweckmäßig erwiesen, gänzlich von der bisherigen Konstruktion abzugehen und sowohl für die Goldchrom-Widerstände (in Schutzgasatmosphäre) ohne Potentialklemmen, als auch mit Potentialklemmen die Glasumhüllung zu wählen.

Für Goldchrom-Widerstände in Schutzgasatmosphäre ohne Potentialklemmen hat sich die im folgenden beschriebene Konstruktion bestens bewährt: Der Widerstandsdraht¹ ist, wie üblich, auf einem massiven schraubenförmiger Führungsrille versehenen Holzkörper aus keramischem Material aufgewickelt. Die Enden des Drahtes werden durch in Nasen N (Abb. 2) des Glasgefäßes eingeschmolzene Platinröhre (Pt) nach außen herausgeführt. Um zu gewährleisten, daß der Strom nur durch den Widerstandsdraht (W) fließt, ist dieser gegen das Platinröhrchen durch eine Quarzkapillare (Q) isoliert. Das Platinröhrchen ist als nicht am elektrischen Leitungszugang beteiligt (Abb. 3). An die Enden des Widerstandsdrahtes sind kleine Kupferzylinder (Cu) angeschweißt, die über das Ende des Platinröhrchens hinausragen². Die Enden der Platinröhren sind mit dem Kupfer

¹ Bei 1 Ω-Widerständen beträgt der Durchmesser des Widerstandsdrahtes 0,5 mm.

² Die hierbei verwendeten Platinröhren (Pt) haben eine Wandstärke von 0,1 mm und einen äußeren Durchmesser von

ander hart verlötet und die Enden der Kupferdrähte sind in Bohrungen von zwei zweckmäßig bogenen starken Kupferbändern (Cu B) weich angelötet. Die Kupferbänder (Abb. 4) sind durch Verraubung und Verlotung an den Stromzuleitungen befestigt. Ihr Querschnitt ist so gewählt, daß der Widerstand von Bändern und Bügeln zusammen noch ausreichend klein ist, d. h. daß eine zusätzliche Widerstandsänderung bei einer Temperaturänderung der Zuleitungen kleiner als $1 \cdot 10^{-6}$ des Gesamtwiderstandswertes ist.

Der Widerstandskörper sitzt in dem unteren Teil des Glasgefäßes auf einem eingeschmolzenen Glasler mit Fuß (T) fest auf. Das Glasgefäß besitzt einen Ansatzstutzen (St), dessen Durchmesser so groß gehalten ist, daß durch ihn hindurch kleine nachträgliche Abgleichungen des Widerstandes durch Abnehmen mit einem geeigneten Werkzeug vorgenommen werden können. Der Stutzen dient ferner zum Auspumpen und zur Füllung mit dem Schutzgas (Argon) und wird dann abgeschmolzen. Das Glasgefäß mit dem Widerstandskörper ist ein wenig in der Deckelplatte der Normalwiderstandsbüchse verankert und wird mittels eines Blehringes von dieser gehalten. Als Schutz ist der Widerstandskörper mit einer vakuumdichten Umhüllung in das Gehäuse eines Normalwiderstandes von den üblichen Abmessungen, einem vernickelten Messingzylinder, eingebaut, der an dem Hartgummideckel mit Schrauben befestigt ist.

Bei den Goldchrom-Widerständen in Schutzgasatmosphäre mit Potentialklemmen ist der Widerstandskörper in derselben Weise angeordnet wie bei den oben beschriebenen Widerständen ohne Potentialklemmen. An die Enden des Widerstandsdrahtes sind in diesem Falle kurze Bügel aus 0,5 mm dickem Platindraht (Pt) (s. Abb. 5) mit ihrer Mitte angeschweißt. Die Schweißstelle des Platinbügels mit dem Widerstandsdraht ist der Punkt, von dem die getrennten Leitungen für Strom und Potential ausgehen. Die Verzweigungspunkte liegen also im Inneren der Glashülle, so daß der Widerstand der kurzen Platindrähte nicht in den Gesamtbetrag des Widerstandes (der Drahtspule) eingeht. Hierdurch wird ein Einschmelzen des Widerstandswerkstoffes am Glas vermieden.

Die Platindrahtbügel sind in zwei Nasen an der Stirnfläche des Glaszylinders eingeschmolzen (s.

Abb. 6). Die im Innern der Quarzröhrchen befindlichen Kupferzylinder (Cu) haben einen Durchmesser von etwa 2 mm.

Abb. 6). An den äußeren Enden der Platindrähte sind dicke Kupferdrähte weich angelötet, die im übrigen mit den Kupferbügeln und den besonderen

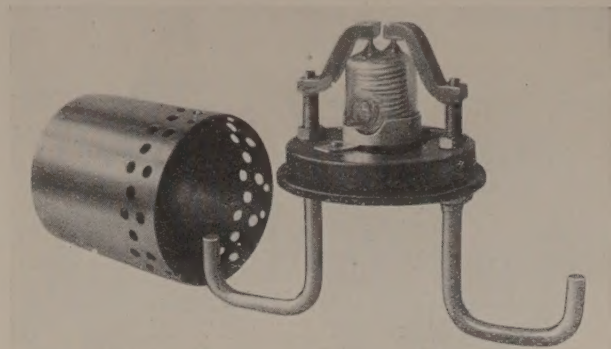


Abb. 4. Ein Goldchrom-Widerstand (von 1 Ohm) in Glasumhüllung ohne Potentialklemmen (in Argon-Atmosphäre).

Potentialklemmen durch Verschraubung und Lötung fest verbunden sind (s. Abb. 7).

Diese beiden Neukonstruktionen in Argon-Atmosphäre eingebauter Goldchrom-Widerstände haben sich bestens bewährt, wie eine große Reihe so hergestellter 1 Ω -Widerstände gezeigt hat. Bei einigen Widerständen ist allerdings im Verlauf der ersten Monate nach der Herstellung noch eine kleine steigende Tendenz der Widerstandswerte festzustellen, die im Höchstfalle ein Hunderttausendstel ausmacht; doch sind nach dieser Zeit nur noch kleine Schwankungen festzustellen.

In der folgenden Tabelle 2 sind für eine Reihe von Widerständen die Widerstandswerte in ihrer zeitlichen Abhängigkeit zusammengestellt. Die ersten

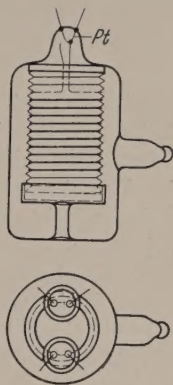


Abb. 5. Ein in Glasumhüllung eingebauter Goldchrom-Widerstand mit Potentialklemmen in Argon-Atmosphäre (Grund- und Aufsicht).

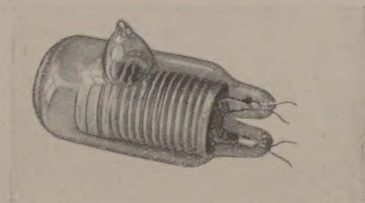


Abb. 6. Durchführung des Widerstandsdrahtes durch die Glasumhüllung.

Tabelle 2. Zeitlicher Verlauf der Widerstandswerte in Ω^* von Goldchrom-Widerständen (in Glasumhüllung mit Argonatmosphäre).

Datum	GA_4 $\alpha = +3,2 \cdot 10^{-6}$ $\beta = +0,1_0 \cdot 10^{-6}$	GA_6 $\alpha = +1,9_0 \cdot 10^{-6}$ $\beta = -0,1_1 \cdot 10^{-6}$	GA_7 $\alpha = +4,0_5 \cdot 10^{-6}$ $\beta = -0,1_0 \cdot 10^{-6}$	GA_{13} $\alpha = -0,3_2 \cdot 10^{-6}$ $\beta = -0,1_1 \cdot 10^{-6}$	Datum	Au-Cr 25 $\alpha = -1,4 \cdot 10^{-6}$ $\beta = +0,1 \cdot 10^{-6}$
18. 7. 1951	0,999 894	—	0,999 857	—	27. 11. 1951	0,999 799
22. 8.	97	1,000 170	860	—	11. 12.	803
22. 9.	93	64	854	1,000 540	27. 12.	798
20. 10.	94	66	856	537	2. 1. 1952	799
20. 11.	93	65	855	538	16. 1.	801
20. 12.	95	69	859	538	1. 2.	799
20. 1. 1952	98	70	860	541	15. 2.	801
27. 2.	97	70	861	544	1. 3.	807
25. 3.	97	70	859	542	15. 3.	804
					31. 3.	802

* Die Werte der 4 Widerstände GA_4 , GA_6 , GA_7 , GA_{13} sind in int. Ohm, der Wert des Widerstandes Au-Cr 25 in abs. Ohm angegeben.

vier Widerstände haben die besonderen Potentialklemmen, während der letzte keine Potentialklemmen hat. Die Widerstände, sowie die zugehörigen Temperaturkoeffizienten (α , β) sind auf die Temperatur von 20° C bezogen.

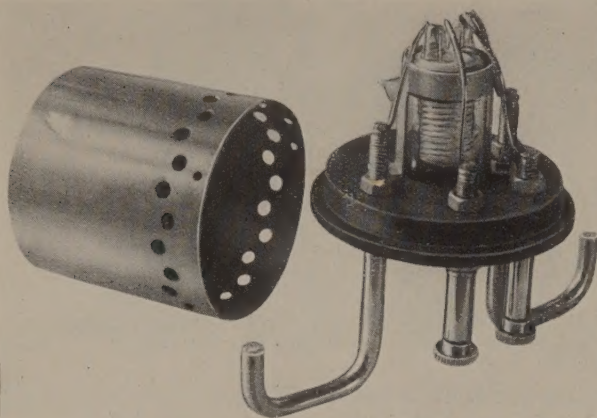


Abb. 7. Ein Goldchrom-Widerstand (von 1 Ohm) in Glasumhüllung mit Potentialklemmen in (Argon-Atmosphäre).

Wie aus dieser Zusammenstellung ersichtlich, dürfte die zeitliche Konstanz dieser Goldchrom-Widerstände als durchaus befriedigend anzusehen sein. Es sei hierbei noch darauf hingewiesen, daß der für diese Widerstände verwendete Goldchromdraht zwei verschiedenen Chargen entnommen ist. Die guten Erfahrungen, die in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt und im Deutschen Amt für Maß und Gewicht mit den verschiedenen Typen von Goldchrom-Widerständen gemacht sind, haben seit längerem dazu geführt, für Messungen besonderer Feinheit stets die Goldchrom-Widerstände zu verwenden. Aus diesen Erwägungen heraus sind nun-

mehr auch die neuen Widerstände GA_4 , GA_6 , G und GA_{17} als Hauptnormalwiderstände eingesetzt worden.

Wegen des günstigen Verhaltens der Goldchrom-Legierung trägt man sich bereits mit dem Gedanken Goldchrom-Widerstände in erweitertem Umfang überall dort zu verwenden, wo eine besondere Exaktheit in den Messungen erforderlich ist.

Zusammenfassung.

Es wird zunächst über die nunmehr 15jährige Erfahrungen mit Goldchrom-Normalwiderständen, die sich durch ihre Überlegenheit den Mangan-Normalen gegenüber auszeichnen, berichtet. Infolge der weiteren Anforderungen, die an diese Widerstände gestellt werden, sind zwei Neukonstruktionen von Goldchrom-Normalwiderständen beschrieben, bei denen sich die Widerstandsspule einer mit Argon gefüllten Glasumhüllung befindet. Diese Widerstände weisen ebenfalls eine gute zeitliche Konstanz ihrer Widerstandswerte auf. Sie werden vor allem dort verwendet, wo es sich um Messungen höchster Feinheit handelt, und sind aus diesem Grunde als *Hauptnormalwiderstände* eingesetzt.

Literatur. [1] SCHULZE, A.: Physikal. Z. **41**, 121 (1940) Metallwirtschaft **19**, 177 (1940); ATM Z 931—5 (1940). [2] SCHULZE, A.: Physikal. Z. **38**, 598 (1937); **39**, 300 (1938) Metallwirtschaft **16**, 954 (1937); **17**, 437 (1938); ATM Z 931—6 (1940). — [3] SCHULZE, A.: Z. techn. Phys. **21**, 1 (1940). — [4] SCHULZE, A.: Elektrotechnik **3**, 23 (1949). [5] SCHULZE, A.: Metallische Werkstoffe der Elektrotechnik Metallverlag Berlin 1950, S. 139—182.

Dr. A. SCHULZE, Deutsch. Amt f. Maß u. Gewicht, (1) Berlin C 2, Niederwallstr. 18—20

und Dr. H. EICKE, Physik.-Techn. Reichsanstalt, (1) Berlin-Charlottenburg, Abbéstr. 2—12.

Zur Deutung der extrem niedrigen Brennspannung einer Hochfrequenzentladung zwischen ebenen Platten.

Von FRITZ SCHNEIDER, Karlsruhe/Bd.

(Eingegangen am 26. Mai 1952.)

Die minimale Brennspannung einer Hochfrequenzentladung fällt bis zu Frequenzen von 10^8 Hz steil ab und scheint hier ein Minimum zu haben [1]. Setzt man die Bewegungsgleichung eines Elektrons mit $m\ddot{x} = eE_0 e^{i\omega t}$ an, so ergeben sich mit dem gemessenen E_0 für das Minimum und dessen Umgebung Elektronengeschwindigkeiten, die bei weitem nicht ausreichen, das Gas zu ionisieren.

Im folgenden wird ein Mechanismus angegeben, mit dessen Hilfe sich die hier ergebende Schwierigkeit beseitigen läßt.

In einem zylindrischen Entladungsgefäß mit ebenen Elektroden als Begrenzung brennt die Entladung symmetrisch zur Mittelebene.

Positive Raumladungen können sich wegen der Trägheit der positiven Ionen nicht abschirmend vor der jeweils negativen Elektrode gruppieren; das elektrische Feld greift ungeschwächt durch den Entladungsraum und regt die Elektronen zu Schwingungen an. Die Entladung zeigt den Charakter eines Plasmas.

Die Trägerneuerzeugung ist in erster Näherung eine lineare Funktion der kinetischen Energie des Elektrons. Diese setzt sich aus einem Temperaturanteil und einem solchen, der dem Quadrat der geordneten Geschwindigkeit proportional ist, zusammen. In sich die gerichtete Geschwindigkeit des Elektrons in der Periode des Wechselfeldes ändert, gilt für die Zahl der gebildeten Trägerpaare pro Elektron und Zeiteinheit:

$$\begin{aligned} k(t) &= \eta(T; p) + \zeta(p) v^2(\omega t) \\ &= \eta(T; p) + \zeta(p) \bar{v}^2 + \zeta(p) g(\omega) h(\omega t) \\ &= \underbrace{\eta(T; p) + \zeta(p) \bar{v}^2}_{\gamma} + \underbrace{\zeta(p) g(\omega) h(\omega t)}_{f(t)} \end{aligned}$$

$$v^2(\omega t) = \bar{v}^2 + g(\omega) \cdot h(\omega t)$$

\bar{v}^2 Mittelw. d. Elektroggeschwindigkeit

$h(\omega t)$ period. Funktion Frequenz d. Wechselfeldes

Wegen der kleinen Drucke kommt für die Trägervernichtung nur Rekombination an der Rohrwand in Betracht. Die Kontinuitätsgleichung lautet

demnach:

$$\begin{aligned} D_a \Delta n + k(t) n &= \frac{\partial n}{\partial t} & n(r, t) &= m(r, t) e^{l(t)} \\ D_a \Delta m &= \frac{\partial m}{\partial t} & \dot{l}(t) &= k(t) \\ D_a \Delta v + \alpha v &= 0 & m &= v(r) e^{-\alpha t} \\ & & v(r) &= A(r) \cdot B(x) \\ \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\beta}{D_a} A &= 0 & \frac{\partial^2 B^2}{\partial x^2} + \frac{\alpha - \beta}{D_a} B &= 0 \\ \frac{A}{A_0} &= I_0 \left(r \sqrt{\frac{\beta}{D_a}} \right) & \frac{B}{B_0} &= \cos \left(\sqrt{\frac{\alpha - \beta}{D_a}} x \right) \end{aligned}$$

R und L wenig größer als die materiellen Ausdehnungen R_0 (Radius) und L_0 (Länge) des Gefäßes. Die Plasmadichte schreibt sich nun mit $A_0 \cdot B_0 = n_0$ so:

$$\left. \begin{aligned} n &= n_0 \cdot I_0 \left(r \sqrt{\frac{\beta}{D_a}} \right) \cos \left(x \sqrt{\frac{\alpha - \beta}{D_a}} \right) \\ &\quad \exp. \left[(\gamma - \alpha) t + \int_0^t f(t) dt \right] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Die Stationaritätsbedingung lautet demnach: $\gamma = \alpha$. Da $f(t)$ eine period. Funktion mit dem Mittelwert 0 ist, kann das Integral nie über alle Grenzen wachsen.

Das bedeutet aber, daß der zeitabgängige Teil des Ionisationskoeffizienten keinen Einfluß auf die Stationaritätsbedingung hat.

Mit der ambipolaren Diffusion ist nach den LANGMUIRSchen und STEENBECKSchen Überlegungen ein elektr. Feld verknüpft:

$$\begin{aligned} E &= \frac{D^+ - D^-}{b^+ + b^-} \cdot \frac{\nabla n}{n} = - \frac{k T^- \nabla n}{e n} \frac{D^+ - D^-}{b^+ + b^-} \approx - \frac{D^-}{b^-} = \frac{k T^-}{e} \\ \text{daraus:} & \\ E_x &= - \frac{k T^-}{e} \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} & \nabla &= \frac{\partial}{\partial x} + \dots \\ &= + \frac{k T^-}{e} \kappa \operatorname{tg} \kappa x & \kappa &= \sqrt{\frac{\alpha - \beta}{D_a}} \\ E_x &\approx \frac{k T^-}{e} \kappa^2 x. \end{aligned} \quad (2)$$

Da die ganze Überlegung (2) ja nur in Bezirken gilt, die von der Wand genügend weit entfernt sind, ist die Näherung zulässig.

Die Komponente E_x bewirkt aber für die sich in X -Richtung bewegend. Elektronen eine Rückstellkraft.

Nach Zündung der Entladung (die unter verhältnismäßig hohen Feldstärken erfolgt) und Einstellung eines Gleichgewichts nach (1a) muß diese Rückstellkraft beim Aufstellen der Bewegungs-

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \dots$$

D_a ambipol. Diff.koeff.

$$\beta = D_a \left(\frac{2,405^2}{R} \right)$$

$$\alpha = D_a \left\{ \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 + \left(\frac{2,405}{R} \right)^2 \right\}$$

gleichung des Elektrons berücksichtigt werden.

Bei Benutzung von (2) lautet sie unter Vernachlässigung der Stoßdämpfung:

$$m \ddot{x} + k T^- \kappa^2 x = e E_0 e^{i \omega t} \quad (3)$$

mit

$$\omega_0^2 = \frac{k T^-}{m} \kappa^2$$

als Resonanzfrequenz.

Hat man also eine Entladung mit einer Frequenz, die in der Nähe der Eigenfrequenz liegt, gezündet, so kann sie mit kleinerer Feldstärke weiterbrennen, weil sich hier Elektronen zu großen Amplituden aufschaukeln und somit große Energien gewinnen können; und — wie ROHDE gezeigt hat — sogar mit Feldstärken, bei denen nach seiner Rechnung (keine Berücksichtigung der Rückstellkraft) die Entladung schon längst erloschen sein müßte.

Gleichung (3) ist eine Bestimmungsgleichung für die Elektronentemperatur. Aus den ROHDESchen Messungen bestimmt sich hiernach die Elektronentemperatur zu 10^5 — 10^6 °K.

Mit dieser hohen Temperatur läßt sich auch die große Geschwindigkeit erklären, mit der positive Träger aus der Entladung herausfliegen [3].

WENZL [2] zeigt nämlich, daß an der Begrenzungswand der Entladung eine LANGMUIRSchicht auftreten muß, in der einer Potentialdifferenz herrscht von $U = 7 k T^-/e$ in, die die Ionen mit einer kinetischen Energie von $E = k T^-/4$ eintreten. Mit Hilfe der errechneten Elektronentemperatur ergibt sich für die Ionenenergie beim Auftreffen auf die Wand ein Wert, der in die Größenordnung der von KIRCHNER gemessenen Spannung fällt.

Zusammenfassung.

Die niedrige Brennschpannung wird durch die Zunahme einer Rückstellkraft in die Bewegungsgleichung des Elektrons zu erklären versucht. Diese Rückstellkraft ergibt sich aus der Diffusionstheorie des Plasmas.

Literatur. [1] ROHDE, L.: Ann. Phys. **12**, 569 (1932). — [2] WENZL, F.: Z. angew. Phys. **3**, 339 (1951). — [3] KIRCHNER, F.: Z. Nat.-Forsch. **3A**, 620 (1948).

Dipl. Phys. FRITZ SCHNEIDER,
 Physikalisches Institut der Technischen Hochschule
 Karlsruhe.

Selbstlöschende Parallelplatten-Dampfzähler bei Spannungen unterhalb der statischen Durchschlagsfeldstärke*.

Von JENS CHRISTIANSEN, Hamburg.

Mit 7 Textabbildungen.

(Eingegangen am 23. Mai 1952.)

Einleitung.

Bekanntlich müssen die bei Spannungen oberhalb der statischen Durchschlagsfeldstärke in einem durch Parallelplattenelektroden gebildeten elektrischen Feld gestarteten TOWNSEND-Lawinen erst zu einer Größe von 10^8 bis 10^9 Ladungsträgern anwachsen, bevor ein Funke zum Durchbruch gelangt [1]. Die statische

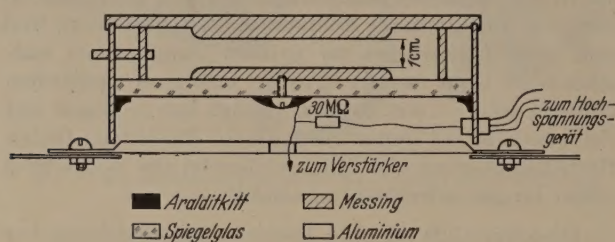


Abb. 1. Parallelplatten-Dampfzähler I.

Durchschlagsfeldstärke ist dadurch definiert, daß die bei gegebener Einstrahlung (in unserem Falle: γ -Strahlung eines Radiumpräparates) auftretenden Maximallawinen diesen kritischen Wert erreichen. Der Wert U_{stat} ist auf diese Weise, unabhängig von der eingestrahnten Intensität bis auf (mindestens) ± 5 Volt festgelegt. Unterhalb U_{stat} lassen sich bei

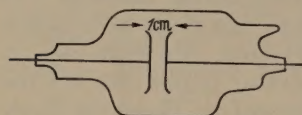


Abb. 2. Parallelplatten-Dampfzähler II (in Glasgehäuse).

jeder beliebigen Füllung bei ionisierender Einstrahlung TOWNSEND-Lawinenimpulse statistisch schwankender Höhe mit einem empfindlichen Verstärker nachweisen. Der Anstieg der mittleren Lawinenhöhe mit der Spannung und die mittlere Lawinenhöhe selbst bei festem $U \leq U_{stat}$ hängen dagegen sehr von der verwendeten Füllung ab. Die Verwendung eines solchen Plattenkondensators zur Zählung ionisierender Strahlung und, insbesondere wegen des zu erwartenden kurzzeitigen Entladungsmechanismus, die Anwendung zur Registrierung großer Teilchenintensitäten ist naheliegend. Für einen brauchbaren Parallelplatten-Lawinenzähler ist zu fordern, daß innerhalb eines Spannungsbereiches von etwa 100 Volt jeder ionisierende Effekt einen die Rauschamplitude eines Verstärkers übersteigenden Impuls liefert, und daß, jedenfalls bei hohem Auflösungsvermögen, keine elektronischen Schaltmittel zur Löschung der Entladung benötigt werden. Es zeigt sich, daß verschiedene organische Dämpfe oder Dampfgemische, z. B. Methylal, Äthylalkohol oder ein Gemisch derselben diese Forderungen erfüllen, während sich mit Edelgas- oder anderen anorganischen Gaszusätzen, soweit sie über 2–3% hinausgehen, die zu fordernden Eigenschaften nicht realisieren lassen.

1. Konstruktion der Zähler und des Verstärkers

Die Untersuchungen dieser Arbeit wurden an zwei Zählern durchgeführt, deren Konstruktion Abb. 1 und 2 angegeben ist. Die Parallelität der Platten wurde im Falle des Zählers II durch zwei Einlegestücke bewirkt, die bis zum Erkalten der Plattenzuführungen nach dem Einschmelzen des Abstand konstant und die Platten parallel hielten und danach an einer Litze herausgezogen werden konnten. Die Platten wurden nach Anfertigung auf einer Drebank mit feinem Schmirgel poliert.

Die Parallelplattenzählerimpulse haben, wie noch näher zu diskutieren ist, eine Dauer von 10^{-5} bis 10^{-4} sec, je nach Plattenabstand und Gasdruck, und eine Amplitude, kleiner als 0,3 Volt. Zu ihrer Untersuchung wird ein Verstärker benötigt, der die unterschiedlichen Impulse ohne Übersteuerung der Röhre und ohne Verzerrung durch die Bandgrenzen wiedergibt.

Eine für die Untersuchung der Lawinentladung notwendige Verformung der Impulse (s. unter 2) geschieht durch Variation der Eingangszeitkonstanten, während alle anderen Parameter des Verstärkers konstant gehalten werden.

Zur Registrierung werden die Impulse durch Übersteuerung der Röhrencharakteristiken abgeschnitten und sobald nach genügender Verstärkung alle Impulse auf gleiche Höhe und gleiche Form gebracht worden sind, einem Registriergerät zugeführt.

Abb. 3 zeigt die Schaltung des verwendeten Verstärkers. Die Stufen der Röhren R_I bis R_{VI} sind Verstärkerstufen, während R_{VII} einen Kathodenverstärker (cathode-follower) darstellt, der angebracht ist, um den Impuls verzerrungsfrei auf ein Zuleitungskabel geben zu können, das zu den Stufen R_{VIIIa} und R_{VIIIb} führt.

Die Gesamtverstärkung der 6 Stufen beträgt $3,5 \cdot 10^5$, womit erreicht wird, daß das Röhrenrauschen der ersten Röhre am Ausgang eine Amplitude von ungefähr 2 Volt besitzt. Da sich an jeder Verstärkerstufe die Polarität des Impulses umkehrt, tritt am Gitter der zweiten, vierten und sechsten Röhre ein negativer, am Gitter der ersten, dritten und fünften Röhre ein positiver Impuls auf. Impulsverzerrungen (Durchschwingen der Impulse) durch Gitterströme an den Stufen 1 und 3 wurden vermieden, denn an der ersten Stufe kann kein Gitterstrom gezogen werden, da die Impulse noch zu klein sind, um eine Röhre auszusteuern; an der dritten Stufe liegt der Arbeitspunkt der Röhre so tief, daß die an dieser Stelle auftretenden Maximalimpulse die hierzu notwendige Amplitude von 3 Volt nicht erreichen. An der fünften Stufe läßt sich eine Verzerrung des Impulses durch negativen Gitterstrom nicht mehr vermeiden; die Zeitkonstante $R_5 \cdot C_5$ ist aber so klein gewählt, daß eine Blockierung des Verstärkers länger als 10^{-6} sec nicht auftritt. Das hierdurch bedingte einmalige Durchschwingen des Im-

* Vorgetragen auf der Tagung der Nordwestdeutschen Phys. Gesellschaft in Essen am 28. IV. 1952; s. a. E. BAGGE u. J. CHRISTIANSEN Naturwiss. 39, 298 (1952).

pulses ist aber zulässig, da im folgenden Verstärker-
teil ein weiteres Durchschwingen, das eine Doppel-
registrierung der Impulse zur Folge haben würde,
vermieden wird. Die Messungen, die sich mit der
Form der Lawinenimpulse beschäftigten, wurden mit
Impulsen, die vor der fünften Stufe abgegriffen
wurden, durchgeführt. Die Wahl der kleinen Zeit-
konstanten $R_5 \cdot C_5$ hat ferner
den Vorteil, daß das bei den
steilen Breitbandverstärker-
pentoden auftretende be-
trächtliche Röhrenklingen
der Anfangsstufen unter-
drückt wird.

Die Endstufe R_{VIIIa} dient
zur Zählung der Impulse, sie
stellt eine Gleichrichterstufe
dar, durch die das Röhren-
rauschen des Verstärkers
abgeschnitten wird. R_{VIIIb}
zeigt die Schaltung der End-
stufe für Integrationsmes-
sungen. Die im Verstärker
auf gleiche Form und Höhe
gebrachten Impulse liefern
einen der Anzahl der pro
Zeiteinheit aus dem Ver-
stärker austretenden Im-
pulse proportionalen Strom,
der durch die Zeitkonstante $R_g \cdot C_g$ geglättet wird,
und dessen Größe auf dem Mikroamperemeter ab-
gelesen werden kann. Im Ruhezustand ist die Röhre
gesperrt und das Gitter gegen die Kathode so hoch
negativ vorgespannt, daß das Röhrenrauschen keinen
Beitrag zum Strom liefert.

2. Die Form der Impulse der TOWNSEND-Lawinen.

Die bei Variation der Eingangszeitkonstanten
 $C_E \cdot R_E$ auftretenden Impulsformen lassen sich nach
den TOWNSENDSchen Vorstellungen des Lawinen-
aufbaues verstehen.

An der Oberfläche der einen Platte ($x = 0$) mögen
 N_0 Ionenpaare durch Ionisation gebildet sein. (Auf
diesen Fall läßt sich jede primäre Ionisation im
Zähler zurückführen.) Dann wird ein Elektron bei
Anliegen des Feldes E nach Durchlaufen der Strecke
 x auf das $e^{\alpha x}$ -fache verstärkt.

$\alpha = \alpha(E)$ ist der 1. TOWNSEND-Koeffizient.

Insgesamt werden dann $N = N_0 e^{\alpha d}$ Ionenpaare ge-
bildet. Das liefert einen Spannungsabfall, αd nach
Abfließen der Ladungen $\pm e$ an die Platten, von:

$$\Delta u_{ges} = \frac{e}{C_z} N_0 e^{\alpha d}, \quad e = \text{Elementarladung.}$$

$$C_z = \text{Zählerkapazität.}$$

Falls $R_E, R_z = \infty$ angenommen werden.

Der Aufbau dieser Spannung erfolgt zeitlich in
zwei Etappen:

- 1. Die Elektronen wandern mit ihrer Lauf-
geschwindigkeit $v_{el} \approx 2 \cdot 10^7$ cm/sec zur Anode des
Zählers.
- 2. Die Ionen, die sich während dieser Zeit prak-
tisch noch nicht bewegt haben, fließen langsam zur
Kathode ab. ($v_{ion} = 10^4$ bis 10^5 cm/sec, je nach
Druck und Füllgas).

Da der durch die Bewegung einer Ladung im
homogenen elektrischen Feld bewirkte Spannungs-
abfall proportional der zurückgelegten Wegstrecke
ist, ist der durch die Elektronen der TOWNSEND-
Lawinen bewirkte Spannungsabfall dem mittleren
Weg der Elektronen im Feld proportional. Inte-
gration und Mittelbildung ergibt für den Elektronen-

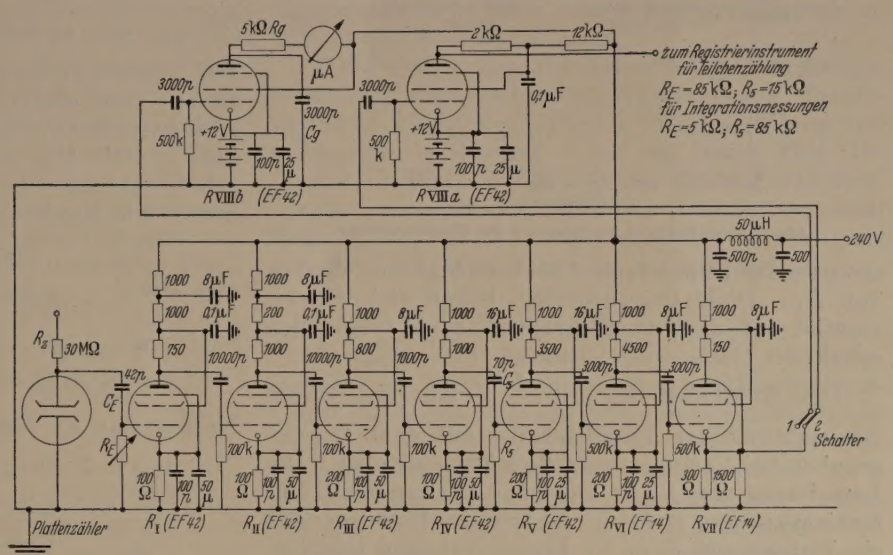


Abb. 3. Verstärkerschaltung.

impuls:

$$\Delta u_{el} = \frac{N_0 e}{C_z} \frac{1}{\alpha d} e^{\alpha d},$$

und für die Ionen:

$$\Delta u_{ion} = \frac{N_0 e}{C_z} \left(e^{\alpha d} - \frac{1}{\alpha d} e^{\alpha d} \right).$$

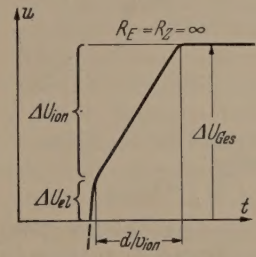


Abb. 4a. Impulsverlauf (sche-
matisiert und nicht maßstabs-
gerecht) für R_z u. $R_E = \infty$.

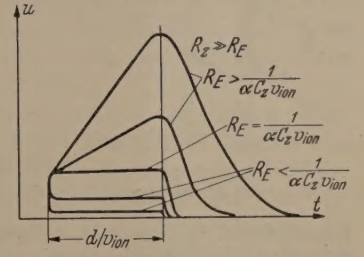


Abb. 4b. Impulsverlauf
für $R_z > R_E$ und verschiedene Werte
für R_E .

Der Elektronenimpuls ist also αd -mal so klein wie
der Impulsanteil der positiven Ionen, entsprechend
der Tatsache, daß der Hauptteil der Ladungsträger
im Abstand einer freien (Ionisierungs-) Weglänge
($= \frac{1}{\alpha}$ cm) von der positiven Platte gebildet wird.

Nach später zu diskutierenden Messungen liegt α
zwischen 10 und 20. Man begeht also keinen großen
Fehler, wenn man die Bewegung der positiven Ladung
als konstanten Strom ansieht, der während der Zeit
 $\Delta t = \alpha / v_{ion}$ die Entladung des Plattenzählers um den
Betrag Δu_{ion} bewirkt, da der Hauptteil der Ladung
praktisch an der gleichen Stelle (nämlich in einem
Raumgebiet von der Größenordnung $\frac{1}{\alpha}$ Lawinen-
querschnitt) durch Stoßionisation entsteht.

Mit diesen Annahmen müßte also am Widerstand
 R_E ein Impuls (Spannungsabfall) der Form nach
Abb. 4a unter der Voraussetzung $R_z, R_E = \infty$, d. h.

wenn keine Ladung über äußere Widerstände abfließen kann, entstehen.

Der praktisch realisierbare Fall R_E endlich, $R_z \gg R_E$ läßt sich nach Lösung der Differentialgleichung¹ für den Stromverlauf im Kreise: C_z , C_E , R_E verstehen. Abb. 4b zeigt den grundsätzlich zu

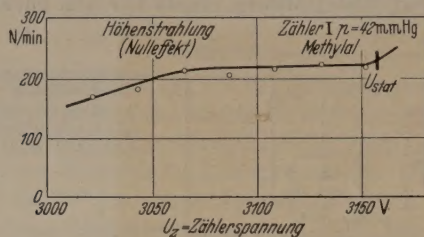


Abb. 5. Charakteristik des Zählers I für Höhenstrahlung.

erwartenden Impulsverlauf bei verschiedenen Werten von R_E . Diese Impulsformen lassen sich experimentell auf dem Oszillographen auch tatsächlich erhalten.

Der Sonderfall $R_E = \frac{1}{\alpha C_z v_{ion}}$ läßt sich durch Beobachtung der Impulsformen auf dem Oszillographen bei Variation von R_E leicht einstellen. Die Berechnung von R_E ist hier ohne Lösung der Differentialgleichung möglich. Es tritt im Impulsverlauf ein Plateau auf, d. h. die Impulsspannung (Impulsamplitude) verharrt während der Zeit $\Delta t = d/v_{ion}$ in der Höhe Δu_{el} . Dieser Fall tritt ein, wenn der

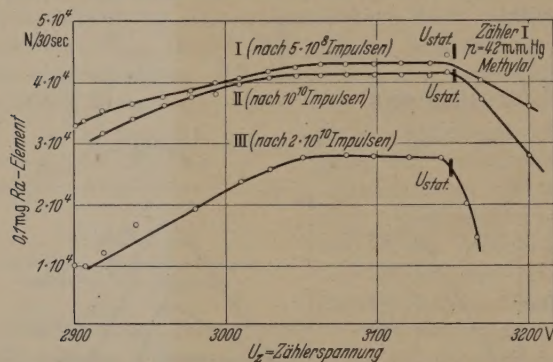


Abb. 6. Charakteristik des Zählers I für γ-Strahlung.

Ionenstrom i_{ion} gerade entgegengesetzt gleich dem durch den Widerstand R_E fließenden Strom $i_E = \frac{\Delta u_{el}}{R_E (Plateau)}$ ist. Δu_{el} ist ja der Spannungshub am Widerstand R_E , der durch die vorher abgeflossenen Lawinenelektronen bewirkt wurde. Man erhält für $C_z = 20$ pF (Zähler I, $p_{Methylal} = 40$ mm Hg) bei $U = U_{stat} - 20$ Volt für alle (statistisch in ihrer Höhe schwankenden) Impulse:

$$R_E (Plateau) = 85 \text{ k}\Omega.$$

Damit läßt sich der 1. TOWNSEND-Koeffizient α gewinnen, denn es muß gelten:

$$i_{ion} \Delta t = i_{ion} d/v_{ion} = C_z \Delta u_{ion} \approx \alpha d \Delta u_{el} C_z,$$

und wegen: $i_E = i_{ion}$ nach obigem:

$$R_E (Plateau) = \frac{1}{\alpha C_z v_{ion}}$$

und damit für $v_{ion} = 29\,000$ cm/sec:

$$\alpha \approx 17 \text{ cm}^{-1}.$$

Die Ionenwanderungsgeschwindigkeit v_{ion} läßt sich aus der Impulsdauer auf dem Oszillographen be-

stimmen. Es ergibt sich für Aethylalkohol, in Übereinstimmung mit Messungen von DEN HARTOG [3]

$$v_{ion} = 3 \cdot 10^4 \text{ cm/sec} \pm 5\%$$

bei $p = 32$ mm Hg, $\mathcal{E} = 3600$ Volt/cm

und für Methylal:

$$v_{ion} = 2,9 \cdot 10^4 \text{ cm} \pm 5\%$$

bei $p = 40$ mm Hg, $\mathcal{E} = 3600$ Volt/cm.

Der TOWNSEND-Koeffizient läßt sich noch auf ein andere vom obigen Verfahren unabhängige Weise grob bestimmen; nämlich aus der mittleren Impulshöhe. Bei $U = U_{stat} - 20$ Volt erhält man bei γ-Einstrahlung statistisch schwankende Impulshöhen mit Maximalamplituden von:

$$\Delta u_{el}^{max} = 0,08 \text{ Volt}$$

und mit:

$$\Delta u_{el}^{min} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Volt},$$

bei: $d = 1$ cm, $p_{methylal} = 40$ mm Hg,

$$F = 80 \text{ cm}^2, \quad u_{stat} = 3600 \text{ Volt}.$$

Nimmt man als Mittelwert

$$\overline{\Delta u_{el}} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Volt} \quad \text{und} \quad N_0 = 3 \text{ an},$$

so ergibt sich mit:

$$\Delta u_{el} \approx \frac{1}{\alpha d} \frac{e}{C_z} N_0 e^{\alpha d} : \quad \alpha \approx 15 \text{ cm}^{-1}.$$

Der Wert ändert sich nur unwesentlich mit $\overline{\Delta u_{el}}$ und N_0 .

Eine genauere Bestimmung von α und der statistischen Schwankung des ersten TOWNSEND-Koeffizienten erfordert Auslösung von einzelnen Sekundärelektronen an der Kathode, die z. B. durch UV-Einstrahlung durchgeführt werden kann. Derartige Messungen sind in Vorbereitung.

Erhöht man die Spannung über U_{stat} hinaus, so steigt die Zahl der Funken mit wachsender Spannung an. Die Funkenentladungen werden jetzt am Widerstand $R_z (= 30 \text{ M}\Omega)$ gelöscht [4]. Die Lawinenimpulse überschreiten aber eine maximale Amplitude nicht.

In Übereinstimmung mit bekannten Ergebnissen [1] bilden sich aus den Lawinen heraus, sobald diese eine bestimmte maximale Größe erreicht haben, Funken aus. Der früher [1] angegebene „kritische Verstärkungsfaktor ($N_0 e^{\alpha x})_{krit} \approx e^{20}$ “ stimmt mit unseren Messungen $\Delta u_{el}^{max} = 0,2$ Volt bei $u \gg u_{stat}$ ungefähr überein.

3. Die Zählerplateaus und das Verhalten bei hohen Teilchenzahlen.

Unter Verwendung eines Registriergerätes wurden die Charakteristiken des Zählers I aufgenommen; es ergaben sich mit den Verstärkerzeitkonstanten $C_E = 42$ pf, $R_E = 85 \text{ k}\Omega$, $C_5 = 70$ pF, $R_5 = 15 \text{ k}\Omega$

1. Für Höhenstrahlung (Nulleffekt): Abb. 5.

2. Bei γ-Einstrahlung eines Radiumpräparates: Abb. 6.

Wegen der Kleinheit der Entladungen war eine große Lebensdauer des Zählers zu erwarten. Nach Durchgang von 10^{10} Lawinenentladungen trat fast keine Veränderung der Zählereigenschaften in Erscheinung (Kurve II in Abb. 6). Erst nach $2 \cdot 10^{10}$ Impulsen zeigte sich eine merkliche Abnahme der Ansprechwahrscheinlichkeit. Der Abfall der Kurven

¹ Für ähnliche Fälle siehe z. B. [2].

oberhalb U_{stat} ist auf eine Übersteuerung des Verstärkers durch die großen Funkenimpulse zurückzuführen. Nach jedem Funken ist dadurch der Verstärker für eine Zeit von ungefähr 10^{-2} sec außer Betrieb gesetzt.

Unter Verwendung der angegebenen geeichten Radiumpräparate (s. Abb. 7) konnte das Verhalten des Zählers bei hohen Teilchenzahlen untersucht werden.

Die Eigenschaft des Zählers, innerhalb einer Zeit $< 10^{-7}$ sec einen meßbaren Anstieg eines ausgelösten Impulses vermöge der abfließenden Lawinenelektronen zu liefern, gestattet es, Teilchenintensitäten quantitativ zu messen, bei denen die mittlere Zeitdifferenz zwischen zwei Teilchen kleiner ist als die Laufzeit der positiven Ionen. Man erreicht dieses, indem man den durch das Abfließen der positiven Ionen bewirkten langsamen Impulsanstieg durch

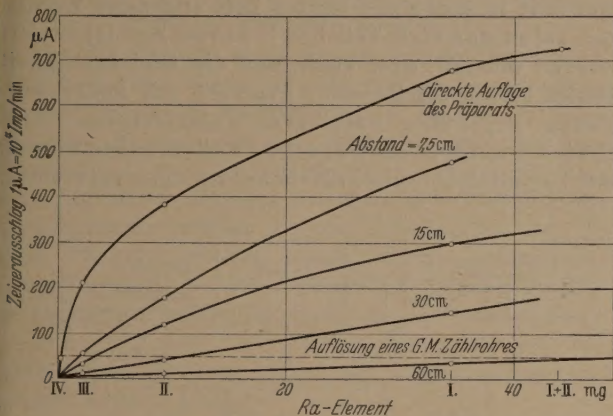


Abb. 7. Eichkurven des Zählers I.

Ra-Präparat: I = 34 mg Ra-Element III = 2,3 mg Ra-Element
II = 9,4 mg Ra-Element IV = 0,4 mg Ra-Element

Wahl einer extrem kleinen Eingangszeitkonstanten abschneidet, während der schnelle Elektronenimpulsanteil unverzerrt durchgelassen wird.

Abb. 7 zeigt die Eichkurven des Zählers I für verschiedene Abstände der Präparate vom Zähler.

Die Verstärkerzeitkonstanten waren: $C_E = 42$ pF, $R_E = 5$ k Ω , $C_5 = 70$ pF, $R_5 = 5$ k Ω . Durch diese Wahl wurden für jede Entladung gleichförmige Impulse von ungefähr 10^{-5} sec Breite auf den Eingang der Integrationsstufe R_{VIII} gegeben. Zum Vergleich mit normalen GEIGER-MÜLLER-Zählrohren ist in Abb. 7 die Auflösungsgrenze eines Zählrohrs angegeben, das im Auslösebereich arbeitet und bei $5 \cdot 10^5$ Impulsen/min sein VOLZsches Maximum erreicht.

Betreibt man dagegen ein Zählrohr im Proportionalbereich, so läßt sich mit diesem hinter einem geeigneten Verstärker ein Auflösungsvermögen erzielen, das mit dem hier beschriebenen Parallelplattenzähler vergleichbar ist. Es ist jedoch zu bemerken, daß die in Abb. 7 angegebenen maximalen Zählraten nicht allein durch die Eigenschaften des Zählers, sondern auch durch die Bandbreite des benutzten Verstärkers begrenzt sind. Der selbstlöschende Parallelplattenzähler sollte schließlich wegen der kurzen Elektronenwege bei konstanter hoher Feldstärke im ganzen Zählraum dem Proportionalzählrohr mit seinen schwachen Feldstärken in größerer Entfernung vom Zählrohr hinsichtlich des Auflösungsvermögens überlegen sein. (Elektrodenanordnungen mit 2 mm Plattenabstand und

6 mm² Oberfläche lassen sich noch als selbstlöschende Parallelplattenzähler betreiben).

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Prof. Dr. E. BAGGE begonnen. Es lag das Problem vor, für Kurzzeitmessungen den ersten Spannungsanstieg einer Gasentladung zur Zeitmarkierung zu verwenden. Der Ladungsablauf im Parallelplatten-Lawinenzähler scheint dem Verwendungszweck zu entsprechen.

Die Durchführung der Arbeit erfolgte im Höhenstrahlungslaboratorium des Physikalischen Staatsinstitutes Hamburg. Für die Problemstellung und zahlreiche Anleitungen danke ich Herrn Prof. Dr. BAGGE, für die Bereitstellung der Mittel Herrn Prof. Dr. R. FLEISCHMANN. Für die Gewährung eines Stipendiums zur Durchführung dieser Arbeit danke ich der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

Zusammenfassung.

Betreibt man Parallelplattenzähler mit Spannungen unterhalb der statischen Durchschlagsfeldstärke, so lassen sich mit Hilfe eines empfindlichen Breitbandverstärkers Impulse der durch die primäre Ionisation ausgelösten TOWNSEND-Lawinen nachweisen. Bei Verwendung verschiedener reiner Dämpfe, z. B. Methylal oder Äthylalkohol, läßt sich als Folge des hohen Lichtquantenabsorptionsvermögens derselben erreichen, daß innerhalb eines Spannungsbereiches von 100 Volt jeder ionisierende Effekt zwischen den Zählerplatten einen meßbaren Impuls liefert, ohne daß aus den TOWNSEND-Lawinen heraus Funken zur Ausbildung gelangen. Durch diese Füllungen wird gleichzeitig bewirkt, daß keine Nachentladungen an den Elektroden hervorgerufen werden, obwohl in der Schaltung keine Maßnahmen zur Löschung der Entladung ergriffen werden. Die gemessenen Zählerplateaus entsprechen mit einer Neigung von weniger als 4% pro 100 Volt denen von GEIGER-MÜLLER-Zählrohren.

Die Impulse besitzen infolge der hohen Wanderungsgeschwindigkeit der Lawinenelektronen eine steile Anstiegsflanke mit einer Anstiegszeit $< 10^{-7}$ sec, sowie einen langsamer ansteigenden Teil (10^{-4} bis 10^{-5} sec), hervorgerufen durch die Abwanderung der positiven Ionenwolke zur Kathode. Zwei kurzzeitig aufeinanderfolgende, an verschiedenen Orten im Zähler ausgelöste TOWNSEND-Lawinen liefern unabhängige Spannungsimpulse an den Verstärker. Siebt man durch geeignete Dimensionierung der Verstärkerzeitkonstanten nur die steilen Anstiegsflanken der Impulse heraus, so läßt sich der Zähler zur Registrierung hoher Teilchenzahlen heranziehen. Mit einem Zähler von 80 cm² Oberfläche zeigte bei Einstrahlung von $7 \cdot 10^6$ ionisierenden Teilchen/min (direkte Auflage von 34 mg Ra-Element) die Ansprechkurve des Zählers noch kein (VOLZsches) Maximum.

Literatur. [1] RAETHER, H.: Erg. d. exakt. Naturwiss. Bd. 20 (1949). — [2] SCHINTLMEISTER, J.: Die Elektronenröhre als physikalisches Meßgerät. — [3] DEN HARTOG, H.: Nucleonics, Sept. 1949. — [4] PIDD, R. W. u. L. MADANSKY: Phys. Rev., 75, 1175 (1949); KEUFFEL, J. W.: Rev. Sci. Instr. 20, 202 (1949).

Physikalisches Staatsinstitut, Hamburg 36, Jungiusstr. 9
Dipl.-Phys. JENS CHRISTIANSEN,

Die Wiedergabe von Spannungsimpulsen durch einen Proportionalverstärker. Betriebseigenschaften und Bemessung eines Verstärkers für kernphysikalische Untersuchungen.

Von U. CAPPELLER.

Mit 17 Textabbildungen.

(Eingegangen am 9. Mai 1952.)

Verzeichnis der benutzten Symbole.

$U(t)$	Spannung im	} Oberbereich } Unterbereich
$u(s)$		
$I(t)$	Strom im	} Oberbereich } Unterbereich
$i(s)$		
R	Widerstand; R_a Anodenwiderstand usw.-	
C	Kapazität	
S	Röhrensteilheit	
ω	Kreisfrequenz	
\mathfrak{L}	Operator der LAPLACE-Transformation	
$\tau_i = 1/\alpha$	Dauer des Eingangs-e-Impulses für einen Verstärker. Wenn der Eingangsimpuls für einen Verstärker in einer Anordnung nach Abb. 1 gebildet wurde, gilt $\tau_i = R_\sigma \cdot C_\sigma$	
$\tau_a = 1/\beta$	Zeitkonstante des Anodenkreises; es gilt $\tau_a = R_a \cdot C_a$; β wird auch als Grenzfrequenz bezeichnet.	
$\tau_g = 1/\gamma$	Zeitkonstante des Kopplungsvierpols; es gilt $\tau_g = R_g \cdot C_g$.	
$1/\chi$	Zeitkonstante des Gegenkopplungsvierpols; es gilt $1/\chi = R_g \cdot C_g$.	
$a_{\beta_1 \beta_2}(s)$	Übertragungsfunktion eines Verstärkers mit den Zeitkonstanten $1/\beta_1, 1/\beta_2$ usw.	
a_0	„statische“ Verstärkung eines Verstärkers; es gilt $a_0 = S_1 \cdot R_{a1} \cdot S_2 \cdot R_{a2} \dots$ usw.	
$g_{\gamma_1 \gamma_2}(s)$	Übertragungsfunktion eines Verstärkers mit den Kopplungsvierpolen $1/\gamma_1, 1/\gamma_2$ usw.	
$F(t); G(t)$	Zeitfunktion des Ausgangsimpulses eines Verstärkers, wenn als Eingangsimpuls ein e-Impuls mit der Zeitkonstanten $\tau_i = 1/\alpha$ benutzt wurde.	
$\pi(s)$	Gesamtübertragungsfunktion eines Verstärkers unter Berücksichtigung der Anodenkreise und Kopplungsvierpole. Es gilt $\pi(s) = a_{\beta_1 \beta_2} \dots (s) \cdot g_{\gamma_1 \gamma_2} \dots (s)$.	
$1/T_A$	Auflösungsvermögen eines Verstärkers; es gilt $T_A \approx 5 \cdot \tau_a \cdot \log \frac{1}{q}$.	
$A(s)$	Übertragungsfunktion des zweistufigen gegengekoppelten Verstärkers.	
$\Gamma(s)$	Übertragungsfunktion des Gegenkopplungsvierpols; es gilt $\Gamma(s) = G_0(1 + 1/\chi)^{-1}$.	
$\mathfrak{B}_n(\omega)$	(komplexes) Übertragungsmaß eines n-stufigen Verstärkers für stationäre Wechselspannungen; es gilt $\mathfrak{B}_n(\omega) = (S \cdot R)^n \cdot v_n(\omega)$.	

Außerdem werden im letzten Abschnitt φ, χ, ψ als Winkelsymbole verwendet.

1. Aufgabe und Grenzen eines Proportionalverstärkers.

1.1. Die Darstellung der Energie eines geladenen Teilchens durch einen Spannungsimpuls.

Eine Methode zur Energiebestimmung geladener Teilchen besteht darin, die Prozesse beim Durchgang eines Teilchens durch Materie zur Messung heranzuziehen. Meßanordnungen dieser Art sind die Ionisationskammer und das Proportionalzählrohr [1], der Szintillationskristall mit nachgeschaltetem Photomultiplier [2] und der Kristallzähler [3].

In allen drei Fällen (Abb. 1a—c) wird von dem auszumessenden Teilchen eine ganz bestimmte, unter geeigneten Bedingungen der Teilchenenergie weitgehend proportionale Ladungsmenge Q_0 freigemacht. Die Bestimmung der *Energie* eines Teilchens wird bei allen drei Verfahren allgemein auf die Ausmessung einer *Ladungsmenge* zurückgeführt.

Die Ausmessung dieser Ladungsmenge läßt sich auf verschiedenen Wegen vornehmen. Die Möglichkeiten hierzu werden jedoch eingeschränkt, wenn der Meßwert in möglichst kurzer Zeit angezeigt werden soll, sei es, daß viele Teilchen in kurzer Zeit registriert werden müssen, oder auch, daß die Gleichzeitigkeit zweier ladungsauslösender Prozesse mit hoher Auflösung gegenüber zufälligen Koinzidenzen nachgewiesen werden soll. Für solche Meßvorhaben werden mit Vorteil elektronische Meßanordnungen verwendet.

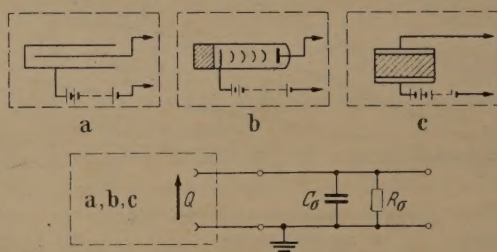


Abb. 1. Anordnungen zur Umsetzung der Energie eines geladenen Teilchens in einen Spannungsimpuls, $U(t)$.

a) Ionisationskammer und Proportionalzählrohr;
b) Szintillations-Spektrometer;
c) Kristallzähler.

Dazu leitet man die von dem zu registrierenden Teilchen freigemachte Ladungsmenge einem Kondensator C_σ zu (Abb. 1) und benutzt die dabei auftretende Spannungsänderung zwischen seinen Elektroden zur Aussteuerung eines nachgeschalteten Verstärkers. Nach der Aufladung muß der Kondensator wieder entladen werden, um in gleicher Weise die Energie weiterer Teilchen bestimmen zu können. Der Ladekondensator ist hierzu mit einem Ableitwiderstand (R_σ) überbrückt. Bei einem solchen Verfahren entsteht am Ladekondensator für jedes auszumessende Teilchen ein *Spannungsimpuls* $U(t)$. Seine Amplitude ist — hinreichend kurze Sammelzeiten für die freigemachten Ladungsmengen vorausgesetzt — der auszumessenden Ladungsmenge direkt proportional; sein zeitlicher Verlauf läßt sich vielfach durch eine im Moment der Ionenauslösung einsetzende, mit der Zeitkonstante des Ladekreises $\tau_\sigma = R_\sigma \cdot C_\sigma$ abklingende Exponentialfunktion beschreiben¹.

¹ Die bei allgemeineren Voraussetzungen über den zeitlichen Verlauf der Ladungsaufsammlung am Ladekondensator auftretenden Impulsformen sollen in einer nachfolgenden Arbeit behandelt werden; dort wird auch auf die in Grenzfällen — Nachweis kleinster Ladungsmengen gegenüber thermischen Schwankungen — einzuhaltenden Bedingungen bei der Impulsbildung ausführlich einzugehen sein.

Die Bestimmung der kinetischen Energie eines geladenen Teilchens wird damit auf die Ausmessung der Amplitude eines Spannungsimpulses zurückgeführt; hierfür sind verschiedene elektronische Registrieranordnungen (oszillographische Aufzeichnung, Amplituden- und Kanalsiebschaltanordnungen, Impulsspektrographen usw.) entwickelt worden [4]. Dem zeitlichen Verlauf des Spannungsimpulses ordnet man dagegen üblicherweise keine Bedeutung bezüglich der Energie des auszumessenden Teilchens zu; Einzelheiten seines Verlaufs werden jedoch bei der Registrierung mehrerer rasch aufeinander folgender Teilchen unbedingt beachtet werden müssen, wenn Verfälschungen in den aus Amplitudenbeobachtungen abzuleitenden energetischen Angaben vermieden werden sollen.

1.2. Die Proportionalverstärkung von Spannungsimpulsen und ihre Grenzen.

Die Wiedergabe eines Spannungsimpulses durch den Ausschlag eines Oszillographen, seine Ausmessung in einem Amplitudensieb, aber auch seine zeitliche Festlegung im Vergleich zu anderen Spannungsimpulsen (Koinzidenz) sind aus technischen Gründen an Spannungen von etwa 10 Volt gebunden; demgegenüber beträgt die am Ladekondensator C_a einer Schaltanordnung nach Abb. 1 auftretende Spannung im normalen Betriebsfall etwa 1 mV. Die im Ladekreis gebildeten Spannungsimpulse müssen deshalb erst noch verstärkt werden, ehe sie der eigentlichen Meßanordnung zur Registrierung zugeführt werden können.

Die Grundschialtung einer hierfür geeigneten Verstärkerstufe zeigt Abb. 2 (oben rechts). Die Änderung der Eingangsspannung U_e führt über die Durchsteuerung des Anodenstroms I_a zu einer Änderung des Spannungsabfalls am Anodenwiderstand R_a und damit zu einer Änderung der Anodenspannung U_a . Dabei muß jedoch der von den Röhren und Schaltkapazitäten gebildete Kondensator C_a umgeladen werden. Die Anodenspannung U_a kann infolgedessen der Änderung der Eingangsspannung nicht momentan folgen. U_a nimmt seinen Wert erst im Verlauf eines Ausgleichsvorganges mit der Zeitkonstante $\tau_a = R_a \cdot C_a$ an¹.

Durch diese endliche „Einstellgeschwindigkeit“ eines Verstärkers wird die „Verstärkung“ von Impulsen maßgeblich beeinflusst. Zur treuen Wiedergabe eines Impulses müßte der dem jeweiligen Momentanwert der Eingangsspannung entsprechende Wert der Anodenspannung in einer gegenüber der Impulsdauer verschwindend kurzen Zeit angenommen werden. In jedem anderen Fall wird der zeitliche Verlauf des Eingangsimpulses durch den Ausgangsimpuls verformt wiedergegeben. Die kritische Darstellung der dabei auftretenden Erscheinungen bildet den Inhalt der nachfolgenden Ausführungen (2.1–2.5).

Trotz dieser Verformungen ist es üblich, derartige Verstärker als „Proportionalverstärker“ zu bezeichnen. Dieser Brauch ist berechtigt, weil für ein und dieselbe Impulsform auf der Eingangsseite

des Verstärkers — beim Ausschluß von Verzerrungen durch Nichtlinearitäten in den Kennlinienfeldern der Röhren des Verstärkers — ein linearer Zusammenhang zwischen der Amplitude des Impulses auf der Eingangsseite und der Amplitude des Impulses auf der Ausgangsseite besteht. Der Proportionalitätsfaktor hängt jedoch grundsätzlich von der Form des Eingangsimpulses und den Schaltungsarten des Verstärkers ab.

Weiterhin ist die Beeinträchtigung der Impuls-wiedergabe in den meist zur Verwendung kommenden $R-C$ -Kopplungsgliedern zwischen den einzelnen Stufen eines Verstärkers zu beachten. Ein Spannungsimpuls an der Anode der Vorröhre wird auf das Gitter der nachfolgenden Röhre nur dann getreu übertragen, wenn die Zeitkonstante des Kopplungsgliedes die Dauer des zu übertragenden Impulses ausreichend übersteigt (Abschnitt 3.1–3.5). Andernfalls findet auch hier eine Verformung statt, die zusammen mit der Verformung des Impulses durch die Anodenkreise des Verstärkers zu höchst unerwünschten Erscheinungen — mehrmaliges Überschwingen der übertragenen Impulsspannung über die Null-Linie — führt.

1.3. Die mathematische Behandlung von Impulsvorgängen mit Hilfe von LAPLACE-Transformationen.

Ausgleichsvorgänge in einem elektrischen Netzwerk werden durch ein System von Differentialgleichungen zwischen den einzelnen Netzgrößen

$$X(t), Y(t), Z(t)$$

z. B. Strömen, Spannungen, Ladungen usw. beschrieben. Zur Lösung dieses Systems bedient man sich mit Vorteil des Formalismus der LAPLACE-Transformation [5]. Hierbei wird durch die Transformation

$$x(s) = \int_0^\infty e^{-st} X(t) dt; \quad y(s) = \dots; \quad z(s) = \dots, \quad (1)$$

kurz als

$$x(s) = \mathfrak{L}\{X(t)\}; \quad y(s) = \mathfrak{L}\{Y(t)\}; \quad z(s) = \dots \quad (1a)$$

bezeichnet, jeder Funktion $X(t), Y(t), \dots$ eine Funktion $x(s), y(s), \dots$ zugeordnet. $x(s), y(s), \dots$ werden als Unterfunktionen der Netzgrößen, der Bereich, der Variablen „ t “ als Oberbereich, der der Variablen „ s “ als Unterbereich bezeichnet. Das Differentialgleichungssystem zwischen $X(t), Y(t), \dots$ wird dadurch in ein System von linearen algebraischen Gleichungen zwischen den Funktionen $x(s), y(s), \dots$ überführt¹. Die Auflösung dieses linearen Gleichungssystems nach der Unterfunktion der gesuchten Netzgröße liefert nach Rücktransformation in den Oberbereich die Zeitabhängigkeit des Ausgleichsvorganges der gesuchten Netzgrößen. Zur Durchführung der Transformationen kann man sich ausführlicher Tabellensammlungen bedienen, die für eine Großzahl von Oberfunktionen die Unterfunktionen und umgekehrt enthalten (z. B. [5]).

¹ Diese Überführung beruht auf einer wesentlichen Funktionaleigenschaft der LAPLACE-Transformation, die sich in der Form

$$\mathfrak{L}\left\{\frac{d}{dt} X(t)\right\} = s \cdot x(s) - X(0) \quad (2)$$

schreiben läßt.

¹ Die Zeitspanne, in der die Einstellung eines Verstärkers zwischen 10% und 90% ihres Endwertes abläuft, wird in der englischen Literatur meist als *rise time* bezeichnet. Vgl. [4].

1.4. Der e -Impuls als Typus der in einem Verstärker auftretenden Impulsspannungen.

Bei Ausgleichsvorgängen in einem Verstärker spielt die nach einer Exponential-Funktion verlaufende Zeitabhängigkeit eine ausgezeichnete Rolle; insbesondere bildet sich diese Zeitabhängigkeit bei der Wiedergabe irgendwelcher Impulsformen vielfach von selbst heraus. Es erscheint daher angebracht, zunächst die Wiedergabe gerade dieser Impulsformen genauer zu untersuchen und die Übertragung von Impulsen mit anderer Zeitabhängigkeit erst im Anschluß daran zu diskutieren¹.

Als typisches Beispiel einer mit exponentieller Zeitabhängigkeit verlaufenden Impulsspannung ist der im Zeitmoment Null mit endlicher Amplitude U_0 einsetzende und dann mit der Zeitkonstante $\tau_i = 1/\alpha$ abklingende Spannungsimpuls zu nennen; seine Zeitabhängigkeit läßt sich überdies in einfacher Weise (siehe 2.1(6)) dem Formalismus der LAPLACE-Transformation unterwerfen. Impulse dieser Form — weiterhin als „ e -Impulse“ bezeichnet — werden der nachfolgenden analytischen Behandlung des Verstärkerproblems zumeist zugrunde gelegt werden.

Diese Impulsform tritt speziell als Eingangsimpuls für einen Verstärker immer dann auf, wenn die Eingangssignale in einer der in (1.1) erwähnten Anordnungen (Abb. 1) gebildet werden; ihre bevorzugte Behandlung erscheint daher aus diesem Grunde besonders angebracht.

2. Die Begrenzung der Impulswiedergabe durch die endliche Umladungsgeschwindigkeit der Kapazität des Anodenkreises.

2.1. Die Wiedergabe eines Spannungsimpulses durch den Anodenkreis einer Verstärkerstufe.

Die Verstärkung in einem einstufigen Verstärker nach Abb. 2 (oben rechts) wird bei Berücksichtigung der Anodenkapazität durch folgende Gleichungen beschrieben²:

$$I_a(t) = U_e(t) \cdot S \quad \text{und} \quad I_a(t) = \frac{U_a(t)}{R_a} + C_a \cdot \frac{d}{dt} U_a(t) \quad (1)$$

insgesamt also durch

$$U_e(t) \cdot S = \frac{U_a(t)}{R_a} + C_a \frac{d}{dt} U_a(t). \quad (1a)$$

Die Transformation in den Unterbereich liefert ([5] § 4 V)

$$u_e(s) S = \frac{1}{R_a} u_a(s) + C_a (s \cdot u_a(s) - U_a(0)) \quad (2)$$

Hierin wird, wenn der Ausgleichsvorgang des vorhergegangenen Impulses schon abgeschlossen ist,

$$U_a(0) = 0,$$

so daß in diesem Falle

$$u_a(s) = S \left(\frac{1}{R_a} + C_a s \right)^{-1} \cdot u_e(s) \quad (2a)$$

oder übersichtlicher

$$u_a(s) = S R_a \cdot \frac{\beta}{s + \beta} u_e(s) \quad (3)$$

¹ Das sonst vielfach geübte Verfahren, der Einschätzung eines Verstärkers die Verformung eines Schaltimpulses mit rechteckigem Verlauf zugrunde zu legen, wird hier bewußt unterlassen.

² Alle hier und im weiteren aufgestellten Beziehungen gelten für die den stationären Betriebsspannungen überlagerten Wechselspannungen. Außerdem ist die Phasenumkehr von Stufe zu Stufe unbeachtet gelassen.

mit

$$\beta = \frac{1}{R_a \cdot C_a} = \frac{1}{\tau_a}$$

den Verlauf der Anodenspannung als Funktion der Eingangsspannung im Unterbereich beschreibt.

Der Quotient

$$\frac{u_a(s)}{u_e(s)} = a_\beta(s) = R_a \cdot S \frac{\beta}{s + \beta} = a_0 \frac{\beta}{s + \beta},$$

in dem sich die Übertragungseigenschaften des Verstärkers ausdrücken, wird als Übertragungsfunktion des einstufigen Verstärkers bezeichnet. Hierin beschreibt der erste Faktor $a_0 = S R_a$ die „statische Verstärkung“, während der zweite Faktor das dynamische Verhalten der Verstärkerstufe kennzeichnet; seine bestimmende Zeitgröße $\beta = \frac{1}{\tau_a}$ wird ihre dynamische Bedeutung entsprechend im folgenden als „Grenzfrequenz“ bezeichnet.

Diese Bezeichnung lehnt sich daran an, daß für eine stationäre Wechselspannung mit zunehmender Kreisfrequenz ω der komplexe Wert des Anodenwiderstandes

$$\Re_a = \left(\frac{1}{R_a} + j \omega C_a \right)^{-1}$$

für den Sonderfall $\omega = \beta$ den ausgezeichneten Wert

$$|\Re| = R_a \frac{\sqrt{2}}{2}$$

annimmt.

Für einen e -Impuls am Eingang

$$U_e(t) = U_0 \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ e^{-\alpha t} & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (6)$$

mit der Unterfunktion ([5] C. 1. 3.)

$$u_e(s) = \mathfrak{L}\{U_e(t)\} = U_0 \frac{1}{s + \alpha} \quad (6a)$$

folgt

$$u_a(s) = U_0 \cdot R_a \cdot S \frac{1}{s + \alpha} \frac{\beta}{s + \beta} \quad (7)$$

und daraus nach Rücktransformation in den Oberbereich ([5] C. 1. 6.)

$$U_a(t) = U_0 \cdot S \cdot R_a \cdot F_{\alpha\beta}(t) \quad (8)$$

mit der Zeitfunktion

$$F_{\alpha\beta}(t) = \frac{\beta}{\beta - \alpha} (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}). \quad (8a)$$

Der Verlauf der Zeitfunktionen $F_{\alpha\beta}(t)$ ist in Abb. 3 für verschiedene Werte des Verhältnisses β/α dargestellt. Man bemerkt das stetige Einsetzen des Ausgangsimpulses, die Abflachung seines Maximums und sein gegenüber dem Eingangsimpuls verlängertes Abklingen. Man bemerkt weiterhin den Abfall des Impulsmaximums mit abnehmenden β/α -Werten sowie die zeitliche Versetzung des Ausgangsimpulses gegenüber dem Eingangsimpuls. Alle fünf Erscheinungen sind für die bei der Impulswiedergabe auftretenden Verformungen charakteristisch.

Das Ausmaß dieser Erscheinungen hängt von den β/α -Werten ab. Insbesondere kann deshalb nicht allgemein von der „Verstärkung“ einer Schaltanordnung nach Abb. 2 (oben rechts), „für Impulse“ gesprochen werden. Immerhin entnimmt man der Darstellung, daß für die Maximalamplitude des „verstärkten Impulses“ eine Steigerung des β/α -Verhältnisses über den Wert 5 hinaus keinen wesentlichen Gewinn mehr bringt. Bei diesem Wert wird zwar die

ursprüngliche Impulsform noch beträchtlich vererrt und nur das 0,65fache der statischen Verstärkung erreicht. Die Impulswiedergabe kann in solchen Fällen jedoch vielfach als befriedigende Annäherung der idealen Verstärkung ($\beta/\alpha \rightarrow \infty$) angesprochen werden.

Deswegen ist bei vorgegebener Impulsdauer $\tau_i = 1/\alpha$ ein Mindestwert für β zu fordern, wenn die Verformung ein vorgegebenes Maß nicht überschreiten darf. Der Realisierung beliebig hoher β -Werte stehen indes konstruktive Gründe entgegen. So wird τ_i im allgemeinen nicht wesentlich unter einen Grenzwert von einigen pF herabgedrückt werden können. Will man trotzdem große β -Werte erreichen, so muß R_a hinreichend klein gemacht werden. Dadurch wird die Stufenverstärkung $S \cdot R_a$ herabgesetzt; hohe Verstärkungsfaktoren können dann nur durch einen vermehrten Aufwand von Verstärkerstufen erkauft werden.

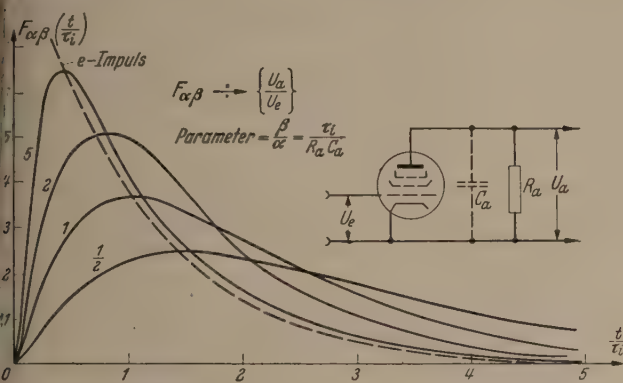


Abb. 2. Die Wiedergabe eines e-Impulses durch den Anodenkreis einer Verstärkerstufe. Zum Vergleich ist der Verlauf des Eingangs-e-Impulses mit eingezeichnet.

Oben rechts: Grundschialtung eines einstufigen Verstärkers. Unwesentliche Schalteinheiten sind fortgelassen.

Die praktische Ausführung einer Verstärkerstufe.

Zur Erläuterung der abgeleiteten Beziehungen sollen hier und zwischendurch auch im folgenden quantitative Angaben eingefügt werden; sie liefern in ihrer Gesamtheit die Unterlagen für die praktische Ausführung eines Mustergerätes.

Für eine Kapazität des Anodenkreises $C_a = 20$ pF und einen Anodenwiderstand $R_a = 20$ k Ω errechnet sich eine Anodenzeitkonstante $\tau_a = 4 \cdot 10^{-7}$ sec. Unter diesen Bedingungen läßt sich bei Verwendung moderner Pentoden (z. B. Philips 4673, Telefunken EF 14 usw.) mit einer Steilheit von 5 mA/V eine Stufenverstärkung um das 100fache erzielen. Für Sonderzwecke kann durch die Verwendung von Röhren mit noch größerer Steilheit (Grenze bei etwa 15 mA/V) mit $R_a = 0,6$ k Ω und $C_a = 15$ pF eine Anodenzeitkonstante von $\tau_a = 10^{-8}$ sec erreicht werden. Die Verstärkung ist dann jedoch auf den Wert 10 gesunken.

2.2. Die Wiedergabe eines Spannungsimpulses durch einen zwei-, drei- und mehrstufigen Verstärker.

Für die Verstärkung in einem zweistufigen Verstärker Abb. 3, (oben rechts) gelten in der ersten Stufe dieselben Gleichungen wie in 2.1. Für die zweite Stufe gilt¹ entsprechend

$$I_{a2} = S_2 \cdot U_{a1}, \quad I_{a2} = \frac{U_{a2}}{R_2} + C_2 \frac{d}{dt} U_{a2}. \quad (1)$$

¹ Hierbei ist der Einfluß des üblicherweise zwischen zwei Verstärkerstufen eingeschalteten Kopplungsvierpols auf die Impulswiedergabe außerhalb der Betrachtungen gelassen. Die Berechtigung hierfür sowie die dabei einzuhaltenen Bedingungen werden in (3.4) behandelt werden.

Die Transformation von (1) in den Unterbereich liefert

$$S_2 \cdot u_{a1} = u_{a2} \cdot \left(\frac{1}{R_2} + C_2 \cdot s \right), \quad (2)$$

wenn wieder

$$U_{a2}(0) = 0 \quad (2a)$$

gesetzt wurde.

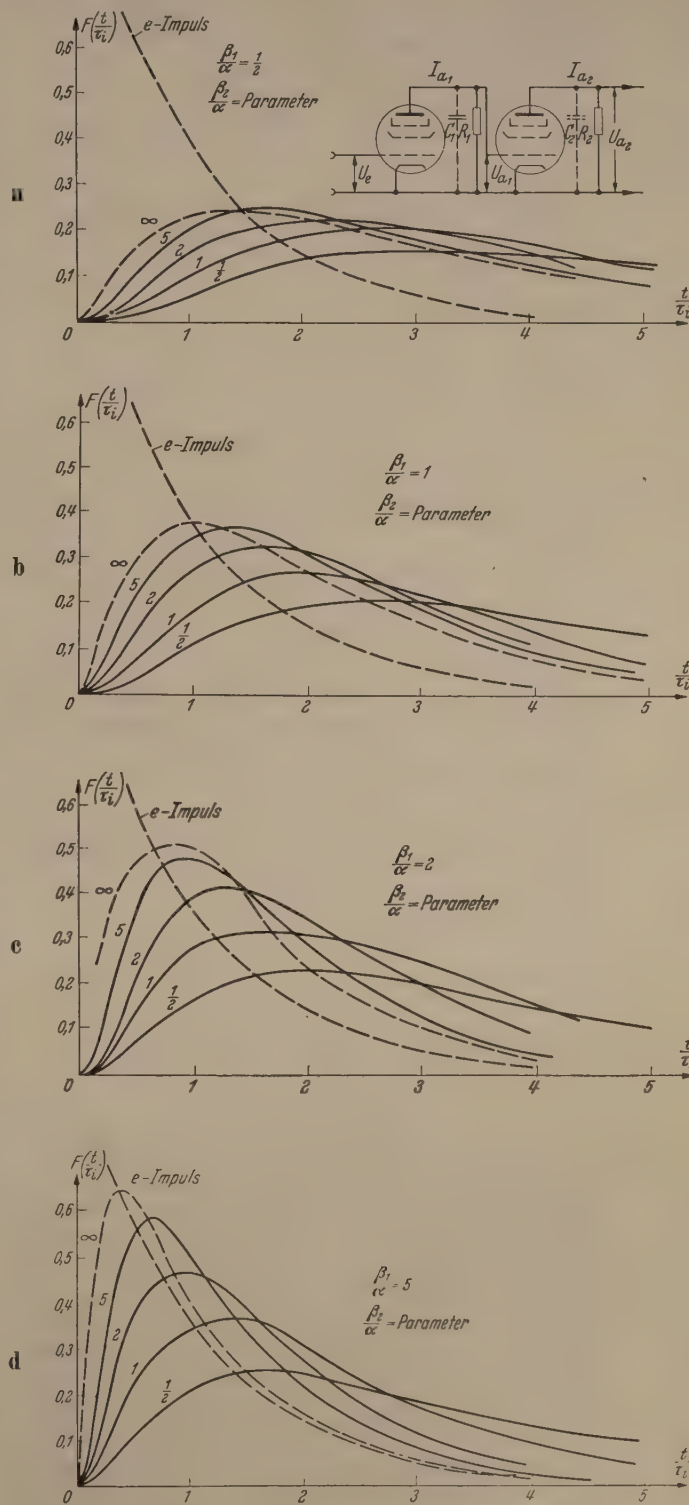


Abb. 3a—d. Die Wiedergabe eines e-Impulses durch einen zweistufigen Verstärker. Zum Vergleich sind der Verlauf des Eingangs-e-Impulses und die Impulsformen mitaufgezeichnet, die dem Grenzwert des Parameters entsprechen; sie vermitteln einen Eindruck von dem stetigen Übergang zwischen den Impulsverformungen durch einen einstufigen und einen zweistufigen Verstärker.

Oben rechts: Grundschialtung eines zweistufigen Verstärkers.

Die Verstärkung des zweistufigen Verstärkers wird demnach insgesamt durch

$$\frac{u_{a2}}{u_e} = a_{\beta_1, \beta_2}(s) = S_1 R_1 \frac{\beta_1}{s_1 + \beta_1} \cdot S_2 \cdot R_2 \frac{\beta_2}{s_2 + \beta_2} \quad (3)$$

mit

$$\beta_2 = 1/R_2 \cdot C_2 \quad (4)$$

beschrieben. $a_{\beta_1, \beta_2}(s)$ als „Übertragungsfunktion des zweistufigen Verstärkers mit den Grenzfrequenzen β_1 und β_2 “ zu bezeichnen.

Für einen e -Impuls am Eingang wird

$$u_{a2}(s) = \frac{U_0}{s + \alpha} a_{\beta_1, \beta_2}(s) = U_0 S_1 R_1 S_2 R_2 \frac{1}{s + \alpha} \frac{\beta_1}{s + \beta_1} \frac{\beta_2}{s + \beta_2} \quad (5)$$

und daraus nach Rücktransformation in den Oberbereich

$$U_{a2}(t) = U_0 \cdot S_1 R_1 \cdot S_2 R_2 F_{\alpha, \beta_1, \beta_2}(t) \quad (6)$$

mit der Zeitfunktion

$$F_{\alpha, \beta_1, \beta_2}(t) = \beta_1 \beta_2 \left\{ \frac{e^{-\alpha t}}{(\alpha - \beta_1)(\alpha - \beta_2)} + \frac{e^{-\beta_1 t}}{(\beta_1 - \beta_2)(\beta_1 - \alpha)} + \frac{e^{-\beta_2 t}}{(\beta_2 - \beta_1)(\beta_2 - \alpha)} \right\} \quad (7)$$

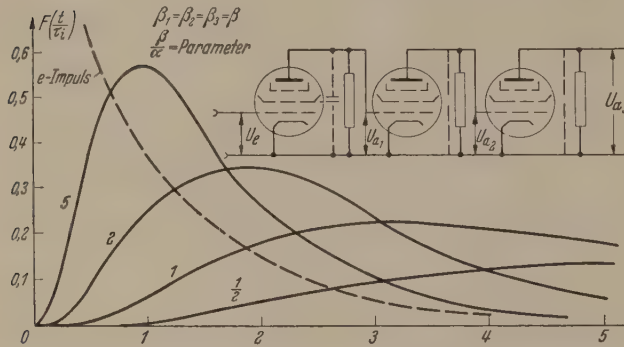


Abb. 4. Die Wiedergabe eines e -Impulses durch einen dreistufigen Verstärker mit gleichen Zeitkonstanten in allen Anodenkreisen.

Ein Grenzübergang liefert für $\beta_1 = \beta_2 = \beta$

$$F_{\alpha, \beta^2}(t) = \frac{\beta^2}{(\beta - \alpha)^2} \{ e^{-\alpha t} - e^{-\beta t} (1 + (\beta - \alpha) t) \} \quad (8)$$

und noch spezieller für $\alpha = \beta_1 = \beta_2$

$$F_{\alpha, \alpha^2}(t) = \frac{\alpha^2 \cdot t^2}{2} e^{-\alpha t} \quad (9)$$

Der Verlauf der Zeitfunktionen ist in den Abb. 3a—d wiedergegeben. Man bemerkt die gegenüber der Wiedergabe durch einen einzelnen Anodenkreis verstärkte Verformung des Eingangs e -Impulses insbesondere für den Bereich niedriger β/α -Werte. Schon die Wahl größerer β/α -Werte für eine Stufe allein genügt zu einer wesentlichen Verbesserung der Impulswiedergabe. (Erhöhung und schärferes Hervortreten des Impulsmaximums.) Sie wird besonders beim Vergleich zwischen den Abb. 3d und Abb. 2 deutlich, in denen die Abb. 2 einer Darstellung nach Abb. 3d für den Wert $\beta_1/\alpha \rightarrow \infty$ entspricht. Man bemerkt weiter deutlich die verstärkte Versetzung des Impulsmaximums in Richtung der Zeitachse. Außerdem sei auf das parabolische Einsetzen des Impulses hingewiesen.

Das Hinzukommen einer dritten Verstärkerstufe wird durch das Hinzutreten einer weiteren Diffe-

rentialgleichung 2.2(1) beschrieben:

$$I_{a3} = S_3 \cdot U_{a2} \quad \text{und} \quad I_{a3} = \frac{U_{a3}}{R_3} + C_3 \cdot \frac{d}{dt} U_{a3} \quad (10)$$

Infolgedessen tritt zu dem Ausdruck für die Übertragungsfunktion 2.2(3) ein weiterer Faktor hinzu, so daß nunmehr gilt

$$\frac{u_{a3}}{u_e} = a_{\beta_1, \beta_2, \beta_3}(s) = S_1 \cdot R_1 \frac{\beta_1}{s + \beta_1} \cdot S_2 \cdot R_2 \frac{\beta_2}{s + \beta_2} \left\{ \frac{\beta_3}{s + \beta_3} \right\} \quad (11)$$

Für einen e -Impuls am Eingang wird

$$U_{a3}(t) = U_0 S_1 \cdot R_1 \cdot S_2 \cdot R_2 \cdot S_3 \cdot R_3 \cdot F_{\alpha, \beta_1, \beta_2, \beta_3}(t) \quad (12)$$

mit den speziellen Lösungen

$$F_{\alpha, \beta^3}(t) = \frac{\beta^3}{(\beta - \alpha)^3} \left\{ e^{-\alpha t} - e^{-\beta t} \left(1 + (\beta - \alpha) t + \frac{(\beta - \alpha)^2}{2} t^2 \right) \right\} \quad (12a)$$

für

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta$$

und

$$F_{\alpha, \alpha^3}(t) = \frac{\alpha^3 t^3}{6} \cdot e^{-\alpha t} \quad (12b)$$

für

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta = \alpha.$$

Sie sind in Abb. 4 zusammengestellt.

In gleicher Weise gibt jede neu hinzukommende Verstärkerstufe zu einer weiteren Differentialgleichung der Form 2.2(1) und somit zu einem zusätzlichen Faktor in der Übertragungsfunktion des Gesamtverstärkers Anlaß. Die Übertragungsfunktion eines n -stufigen Verstärkers wird daher allgemein durch den Ausdruck

$$a_{\beta_1, \dots, \beta_n}(s) = \prod_{i=1}^n \frac{S_i R_i}{C_i s + \beta_i} \frac{1}{s + \alpha} \quad (13)$$

gegeben.

Der Produktaufbau dieses Ausdrucks zeigt übrigens, daß es für die Wiedergabe eines Spannungsimpulses auch bei verschiedenen Zeitkonstanten in den Anodenkreisen eines Verstärkers gleichgültig ist, in welcher Reihenfolge die einzelnen Stufen nacheinander durchlaufen werden. Diese Regel hat ihre Parallele in dem Ausdruck für die Verstärkung einer stationären Wechselspannung, die sich ebenfalls multiplikativ aus den Verstärkungen in den einzelnen Stufen berechnet.

2.3. Die Wiedergabe der Impulsamplitude und die zeitliche Versetzung des Impulsmaximums in Abhängigkeit von der Zahl der Verstärkerstufen und deren Zeitkonstanten.

Die „Verstärkung“ von Impulsen wird durch die „statische“ Verstärkung $\prod_{i=1}^n S_i R_i$ nur im Grenzfalle $\alpha \ll \beta$ beschrieben. Durch die kapazitive Belastung der Anodenkreise tritt im allgemeinen eine Abflachung des Ausgangsimpulses und zeitliche Versetzung der Maximalamplitude ein; das Ausmaß dieser Erscheinungen ist in den Abb. 5a und b für den Fall gleicher Zeitkonstanten in allen Anodenkreisen nochmals gesondert dargestellt.

Man entnimmt den Kurven eine ausgeprägte Abhängigkeit der maximalen Impulsamplitude vom Verhältnis β/α , der Dauer des Eingangsimpulses zu

en Zeitkonstanten der Anodenkreise, während die Stufenzahl besonders bei größeren β/α -Werten für den begrenzten Bereich von maximal fünf Stufen ersichtlich von geringem Einfluß ist¹. Dies hat seinen Grund darin, daß der einmal in einem Anodenkreis abgegebene Impuls in den folgenden Anodenkreisen günstigeren Vorbedingungen für seine Wiedergabe findet.

Im weiteren entnimmt man Abb. 5a, daß ein Gewinn über die Hälfte der stationären Verstärkung ($F_{max} = 0,5$) hinaus eine erhebliche Steigerung des Verhältnisses β/α erfordert. Die Festlegung

$$\beta/\alpha = \frac{\tau_i}{\tau_a} = 5 \quad (1)$$

— im folgenden als Optimalbedingung bezeichnet — dürfte in vielen Fällen zu einem „Optimum“ der mit einem begrenzten β/α -Verhältnis erreichbaren Verstärkung führen.

Die zeitliche Versetzung des Impulsmaximums Δt_v (Abb. 5b) zeigt dagegen eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Anzahl der Verstärkerstufen. In ihr findet das anschließende Nacheinander der Ausgleichsvorgänge in den einzelnen Anodenkreisen seinen Ausdruck.

2.4. Die Wiedergabe von Impulsen mit einer von der e-Form abweichenden Zeitabhängigkeit.

Die Kurvenblätter Abb. 3 und 4 über die Wiedergabe eines e-Impulses durch einen mehrstufigen Verstärker können auch noch in anderer Weise gelesen werden. Vergleicht man z. B. in einem dreistufigen Verstärker den zeitlichen Verlauf des Spannungsimpulses nach der ersten Stufe — U_{a1} — mit dem Verlauf des Impulses nach der dritten Stufe — U_{a3} —, so läßt sich die Spannung U_{a3} auch als die Ausgangsspannung eines zweistufigen Verstärkers deuten, dessen Eingang mit der Spannung U_{a1} — also nicht mit einem e-Impuls, sondern mit einer Impulsspannung wesentlich anderer Form — beschickt wurde. Die dabei sich einstellende Abflachung des Impulsmaximums gegenüber der statischen Verstärkung läßt sich auch in diesem Fall der Abb. 5a — in dem

Verhältnis $\frac{F_{max}^{(n=3)}}{F_{max}^{(n=1)}}$ — direkt entnehmen. In ähnlicher Weise können weitere Fälle behandelt werden.

2.5. Das zeitliche Auflösungsvermögen eines Proportionalverstärkers.

Aus ökonomischen Gründen — 2.1. — können die τ_a -Werte nicht beliebig klein gemacht werden. Nach 2.3(1) wird damit gleichzeitig der Mindestwert für die Dauer τ_i des noch mit förderlicher Verstärkung zu übertragenden Impulses festgelegt.

Für ein nach den Angaben in 2.1 ausgeführtes Mustergerät mit $\tau_a = 4 \cdot 10^{-7}$ sec muß die Dauer des zu verstärkenden Impulses mindestens $\tau_i = 2 \cdot 10^{-6}$ sec betragen.

¹ Die hier durchzuführenden Überlegungen dürfen im allgemeinen auf den Bereich von fünf Stufen beschränkt bleiben, da in fünf Stufen zumeist schon die durch den Rauschpegel der Eingangsrohre begrenzte maximal förderliche Verstärkung erreicht wird.

Diese Impulsdauer ist als günstigste Impulsdauer anzustreben, wenn von der Meßanordnung eine möglichst genaue Wiedergabe des Zeitmomentes gefordert wird, zu dem das zu vermessende Teilchen die zu registrierende Ladung freigemacht hat.

Mit der Mindestdauer des zu übertragenden Impulses ist im weiteren aber auch die Zeit vorgegeben, die zwischen zwei zeitlich aufeinanderfolgenden Im-

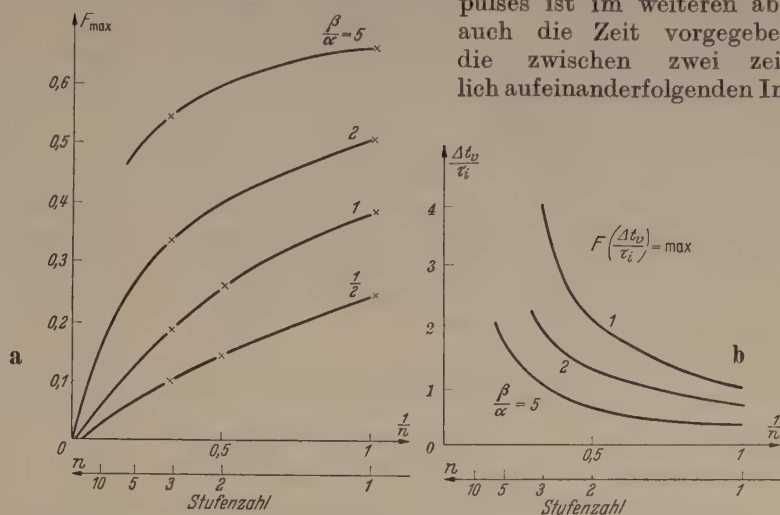


Abb. 5a u. b.: a) Die Abnahme des Impulsmaximums gegenüber der durch die „statische Verstärkung“ vorgegebenen Impulsamplitude in Abhängigkeit von der Stufenzahl des Verstärkers.

b) Die Versetzung des Impulsmaximums gegenüber dem Einsetzen des Eingangsimpulses in Abhängigkeit von der Stufenzahl des Verstärkers.

pulsen verstreichen muß, damit diese Ereignisse von der Meßanordnung als getrennt und sich gegenseitig nicht beeinflussende Ereignisse wiedergegeben werden (Abb. 6). Bei e-impulsförmigem Verlauf der zu

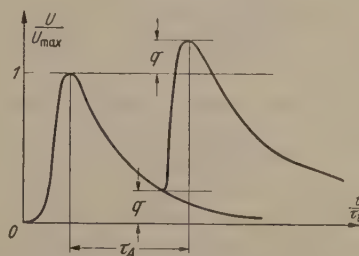


Abb. 6. Zur Definition des zeitlichen Auflösungsvermögens eines Verstärkers.

vermessenden Spannung läßt sich eine derartige Beeinflussung grundsätzlich nicht vermeiden; von ihrer störenden Auswirkung kann man jedoch absehen, wenn der hierdurch verursachte Fehler in der Amplitudenwiedergabe kleiner als die Anzeigengenauigkeit des nachgeschalteten Amplitudenmeßgerätes bleibt.

Diese Anzeigengenauigkeit sei allgemein durch den Bruchteil q der gerade zu vermessenden Amplitude beschrieben. Dann muß, wenn die Amplitude des nachfolgenden Impulses durch den vorangegangenen nur noch durch einen nicht mehr erfaßbaren Anteil verfälscht sein soll, zwischen beiden Impulsen mindestens die Zeitspanne

$$T_A = \tau_i \cdot \log \frac{1}{q} \approx 5 \cdot \tau_a \log \frac{1}{q} \quad (1)$$

verstreichen. Ihr reziproker Wert, $1/T_A$, wird als Auflösungsvermögen des betreffenden Verstärkers bezeichnet.

Für das Mustergerät wird bei einer Anzeigegenauigkeit von $q = 1\%$ die Zeitspanne $T_A = 10^{-5}$ sec, so daß maximal 10^6 Impulse/sec bei gleichmäßiger Impulsfolge und bei statistischer Impulsfolge entsprechend weniger aufgelöst werden können.

Diese Überlegung zeigt, daß die Auflösezeit eines Proportionalverstärkers von der Dauer des mit förderlicher Verstärkung zu übertragenden Impulses wesentlich verschieden ist; sie weist aber auch darauf hin, daß besonders bei höheren Ansprüchen an die einzuhaltende Meßgenauigkeit die Verwendung von e -Impulsen zur Darstellung der Energie des auszumessenden Teilchens im Hinblick auf das Auflösungsvermögen als grundsätzlich ungeeignet angesprochen werden muß. Auf Vorschläge¹, durch geeignete Maßnahmen den zeitlichen Verlauf des die auszumessende Energie darstellenden Impulses mehr einer Rechtecksform anzunähern, sei an dieser Stelle nur kurz hingewiesen.

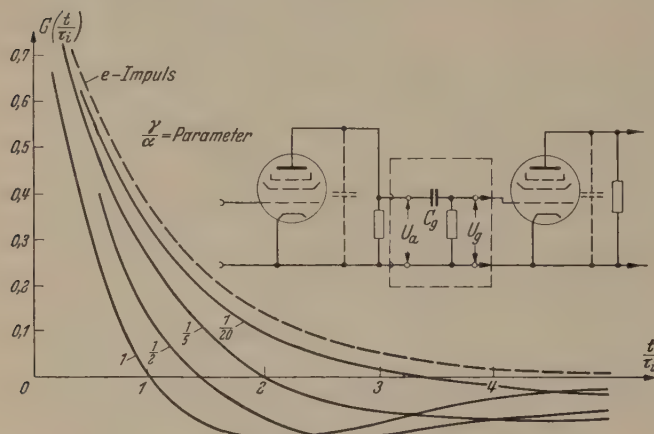


Abb. 7. Die Wiedergabe eines e -Impulses durch einen einzelnen Kopplungsvierpol. Zum Vergleich ist der Verlauf des Eingangs- e -Impulses mit eingetragen.
Oben rechts: Kopplungsvierpol zwischen zwei Verstärkerstufen.

3. Die Verformung eines Impulses durch Ableitverluste in den Kopplungsvierpolen zwischen zwei Verstärkerstufen.

Die Kopplung zwischen zwei Verstärkerstufen wird in der Praxis meist durch einen Vierpol nach Abb. 7 vorgenommen. Eine direkte Kopplung, wie sie den bisherigen Betrachtungen über mehrstufige Verstärker zugrundegelegt wurde, findet nur in Sonderfällen Verwendung. In den folgenden Abschnitten soll der Einfluß des Kopplungsvierpols auf die Wiedergabe von Impulsspannungen aufgezeigt werden. Dabei wird es sich ergeben, daß unter geeigneten Bedingungen (siehe 3.4) die für den bisher betrachteten Sonderfall durchgeführten Betrachtungen auch in allgemeineren Fällen Gültigkeit beanspruchen dürfen.

3.1. Die Übertragungseigenschaften eines einzelnen Kopplungsvierpols.

Die Übertragungseigenschaften eines Kopplungsvierpols nach Abb. 7 (oben rechts) werden durch

$$U_a(t) = \frac{1}{C_g} Q(t) + U_g(t) \quad \text{mit} \quad Q = \int_0^t \frac{U_g(\tau)}{R_g} d\tau \quad (1)$$

¹ Siehe z. B. [4]. Hier wird aus der einströmenden Elektronenmenge durch eine Wanderwellenschaltung ein Rechtecksimpuls abgeleitet, dessen Höhe der Größe der eingeströmten Elektronenmenge proportional ist, dessen Breite jedoch in allen Fällen den gleichen Wert besitzt.

zusammen also durch

$$U_a(t) = U_g(t) + \frac{1}{R_g C_g} \int_0^t U_g(\tau) d\tau. \quad (2)$$

beschrieben.

Die Transformation in dem Unterbereich ergibt ([5], § 4 VII)

$$\frac{u_a}{u_g} = 1 + \frac{\gamma}{s} = \frac{1}{g(s)} \quad \text{mit} \quad g(s) = \frac{s}{s + \gamma}, \quad (3)$$

wobei noch

$$\frac{1}{R_g C_g} = \gamma = \frac{1}{\tau_g} \quad (3a)$$

gesetzt wurde.

$g(s)$ wird die Übertragungsfunktion des einstufigen Kopplungsvierpols genannt.

Für einen e -Impuls am Eingang folgt

$$u_g = U_0 \cdot \frac{s}{s + \gamma s + \alpha}. \quad (4)$$

Die Rücktransformation in den Oberbereich ([5], C. 1. 18) führt dann zu

$$U_g(t) = U_0 \cdot G(t) \quad (5)$$

mit

$$G(t) = \frac{1}{1 - \gamma/\alpha} (e^{-\alpha t} - \gamma/\alpha e^{-\gamma t}). \quad (5a)$$

Die Zeitfunktion ist in Abb. 7 in Abhängigkeit von dem Parameter γ/α dargestellt.

Man bemerkt ein Überschwingen $G_{max}^{(r)}$ der Ausgangsspannung in den Bereich des entgegengesetzten Vorzeichens. Dies Verhalten ist für Übertragungsglieder nach Abb. 7 (oben rechts) typisch; es wird um so ausgeprägter, je kleiner die Zeitkonstante des Übertragungsgliedes τ_g gegenüber der Abklingdauer des zu übertragenden Signales τ_i ist. Bemerkenswert ist weiterhin der hohe Wert des Verhältnisses τ_g/τ_i der mindest erreicht sein muß, um von Verfälschungen durch ein merkliches Überschwingen absehen zu können. Als Richtwert entnimmt man der Darstellung die Forderung

$$\frac{\tau_i}{\tau_g} = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{1}{20}. \quad (7)$$

Diese Forderung bleibt auch dann noch bestehen, wenn die steile Front des ursprünglichen e -Impulses in den vorher durchlaufenen Anodenkreisen abgeflacht worden war, da für die Güte der Wiedergabe allein die Abklingdauer des wiederzugebenden Impulses maßgebend ist (siehe auch 3.3).

Typische Ausführung eines Kopplungsvierpols.

Soll ein Verstärker für die Übertragung eines Impuls-signals von $2 \cdot 10^{-6}$ sec Dauer ausgelegt werden, so bereitet die Verwirklichung eines Wertes $\gamma/\alpha = 1/20$ keine Schwierigkeiten. Für einen gebräuchlichen Gitterwiderstand

$$R_g = 10^5 \Omega$$

folgt nach (7)

$$C_g = 400 \text{ pF}.$$

Mit Rücksicht auf die verstärkte Verformung in mehreren Kopplungsvierpolen wird in der Praxis C_g mit Vorteil um etwa eine Zehnerpotenz größer gewählt werden (s. a. 3.4). Dabei ist jedoch gegebenenfalls darauf zu achten, daß die Zeitkonstante klein gegenüber 10^{-2} sec bleibt, um die Übertragung und Verstärkung von niederfrequenten Störspannungen (Netzbrummen und Mikrophoneffekt) nach Möglichkeit zu unterdrücken.

2. Die Übertragungseigenschaften eines zweistufigen Kopplungsvierpols.

Die Verformung eines Impulses beim Durchlaufen zweier Kopplungsvierpole, Abb. 8 (oben rechts) wird im Unterbereich durch den Ausdruck

$$g_{\gamma_1 \gamma_2}(s) = g_{\gamma_1}(s) g_{\gamma_2}(s) = \frac{s}{s + \gamma_1} \cdot \frac{s}{s + \gamma_2} \quad (1)$$

beschrieben.

Für die Wiedergabe des e -Impulses folgt daraus

$$u_g(s) = U_0 \frac{1}{s + \alpha} \frac{s}{s + \gamma_1} \frac{s}{s + \gamma_2} \quad (2)$$

Die Rücktransformation in den Oberbereich liefert

$$U_g(t) = U_0 G(t) \quad (3)$$

mit

$$G(t) = \left. \begin{aligned} &\frac{\alpha^2 e^{-\alpha t}}{(\gamma_1 - \alpha)(\gamma_2 - \alpha)} + \frac{\gamma_1^2 e^{-\gamma_1 t}}{(\alpha - \gamma_1)(\gamma_2 - \gamma_1)} \\ &+ \frac{\gamma_2^2 e^{-\gamma_2 t}}{(\alpha - \gamma_2)(\gamma_1 - \gamma_2)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

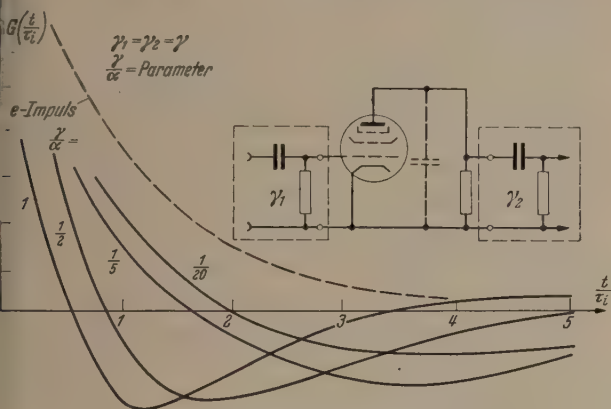


Abb. 8. Die Wiedergabe eines e -Impulses durch einen zweistufigen Kopplungsvierpol.

Diese Zeitfunktion (4) ist für den Spezialfall $\gamma_1 = \gamma_2$ in Abb. 8 aufgetragen. Die Abweichungen von der Form des e -Impulses sind gegenüber der Wiedergabe durch den einstufigen Kopplungsvierpol verstärkt. Außerdem fällt das doppelte Überschwingen in den Bereich des entgegengesetzten Vorzeichens auf. Dadurch werden die Forderungen für den maximal zulässigen Wert von γ/α noch verschärft. Als Richtwert wird hier $\gamma/\alpha \geq 1/50$ gelten können.

3.3. Die Wiedergabe eines abgeflachten Impulses durch einen Kopplungsvierpol.

Als Ausblick auf die Verhältnisse in Schaltanordnungen mit beliebigen Zeitkonstanten sei schließlich die Wiedergabe des in einem Anodenkreis mit der Zeitkonstanten τ_a abgeflachten e -Impulses durch einen Kopplungsvierpol mit der Zeitkonstante τ_g behandelt. Hier wird die Ausgangsspannung im Unterbereich durch

$$u(s) = U_0 \cdot \frac{1}{s + \alpha} \frac{\beta}{s + \beta} \frac{s}{s + \gamma} \quad (1)$$

beschrieben. Die Rücktransformation in den Oberbereich liefert

$$U(t) = U_0 \cdot S \cdot R F(t) \quad (2)$$

mit

$$F(t) = \beta \left\{ \frac{\alpha e^{-\alpha t}}{(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)} + \frac{\beta e^{-\beta t}}{(\alpha - \beta)(\gamma - \beta)} + \frac{\gamma e^{-\gamma t}}{(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)} \right\} \quad (2a)$$

Diese Zeitfunktion ist für den Spezialfall $\alpha = \beta$ in Abb. 9 wiedergegeben. Ihr Verlauf vermittelt einen deutlichen Eindruck von der Impulsverformung und Impulsversetzung und von den zu ihrer Begrenzung einzuhaltenden Forderungen an die Zeitkonstanten der Anodenkreise und Kopplungsglieder. Hierbei

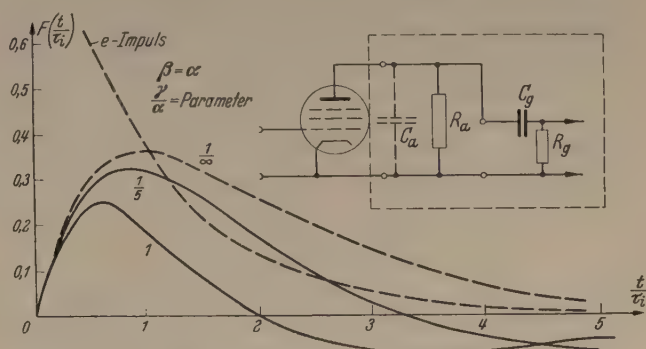


Abb. 9. Die Wiedergabe eines abgeflachten e -Impulses durch einen Kopplungsvierpol. Zum Vergleich ist der Verlauf des Eingangs- e -Impulses und der durch den Anodenkreis allein verfälschte Impuls miteingezeichnet.

kommt nicht nur die Störung der Impuls-wiedergabe durch das Überschwingen, sondern in gleicher Weise die Minderung der zu übertragenden Maximalamplitude zum Ausdruck. Man erkennt die hier aus zweifachen Gründen gebotene Notwendigkeit, den γ/α -Wert hinreichend klein zu halten.

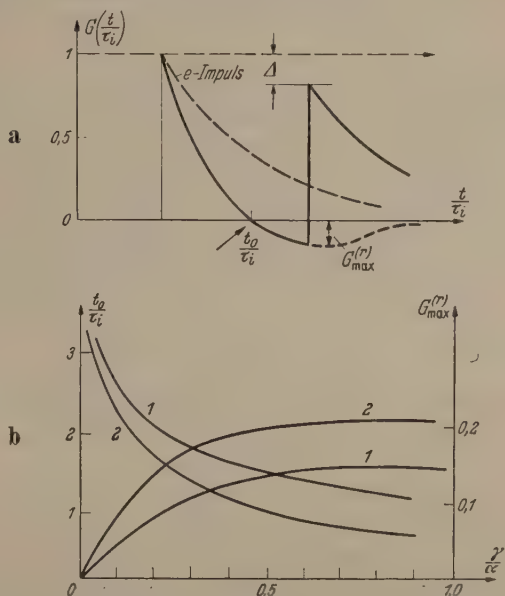


Abb. 10. Die impulsverfälschende Wirkung eines Kopplungsvierpols.
a) Die Verfälschung der Amplitude aufeinanderfolgender Impulse infolge des Überschwingens.
b) Zeit des Nulldurchganges und Amplitude des Überschwingens in einem ein- und zweistufigen Kopplungsvierpol.
Parameter: Stufenzahl.

3.4. Die Verfälschung der Amplitude aufeinanderfolgender Impulse infolge des Überschwingens.

Die Erscheinung des Überschwingens macht sich bei der Wiedergabe kurz aufeinander folgender Impulse besonders dadurch störend bemerkbar, daß die Amplitude des zweiten Impulses beim Überschwingen des ersten stets zu klein wiedergegeben wird (Abb. 10a). Zur Übersicht über das Ausmaß dieser Störung sind in Abb. 10b die Amplitude des Überschwingens und der Zeitmoment des Nulldurchganges (t_0) aufgetragen; man bemerkt das miteinander gekoppelte Verhalten dieser beiden Störungen.

Zu ihrer Unterbindung wird ein möglichst kleines γ/α -Verhältnis anzustreben sein. Als Richtwert hierfür wird

$$\frac{\tau_i}{\tau_g} = \frac{\gamma}{\alpha} \leq 10^{-2} \quad (1)$$

gelten können.

Sind diese Anforderungen erfüllt, so kann von der Verformung eines e -Impulses beim Durchlaufen eines Verstärkers, soweit sie von den Kopplungsvierpolen des Verstärkers herrührt, weitgehend abgesehen werden. Die in 2 für den Spezialfall direkter Kopplung abgeleiteten Regeln behalten dann auch in allgemeineren Fällen ihre Gültigkeit.

3.5. Die Gesamtübertragungsfunktion eines mehrstufigen Verstärkers.

Die Übertragungseigenschaften eines mehrstufigen Verstärkers werden hinsichtlich der in ihm enthaltenen Kopplungsvierpole durch die Funktion

$$g_{\gamma_1 \dots \gamma_e}(s) = \prod_{i=1}^e \frac{s}{s + \gamma_e} \quad (1)$$

beschrieben, in der γ_e die Zeitkonstanten der einzelnen Kopplungsglieder bedeuten. Für die Gesamtübertragungsfunktion eines n -stufigen Verstärkers mit l Kopplungsvierpolen ergibt sich daraus die Darstellung

$$\pi(s) = a_{\beta_1 \dots \beta_n}(s) \cdot g_{\gamma_1 \dots \gamma_l}(s). \quad (2)$$

Mit ihrer Hilfe läßt sich der Verlauf der Ausgangsspannung eines Verstärkers bei vorgegebener Eingangsspannung im Unterbereich ohne Schwierigkeiten angeben. Die Rücktransformation des so vorgegebenen Zusammenhangs zwischen $u_a(s)$ und $u_e(s)$ in den Oberbereich stellt dann nur noch eine mit mehr oder minder großem Rechenaufwand zu lösende Aufgabe dar. Hierzu wird die Methode der funktionentheoretischen Behandlung des Umkehrintegrals zur LAPLACE-Transformation (vgl. z. B. [5] § 7) vielfach Anwendung finden können.

4. Der gegengekoppelte zweistufige Verstärker als Aufbauelement einer größeren Verstärkeranordnung.

In dem Bemühen, die nichtlinearen, auf Krümmungen im Kennlinienfeld zurückgehenden Verzerrungen herabzumindern, wurde das Verfahren der Gegenkopplung in die Verstärkertechnik eingeführt: Es liegt

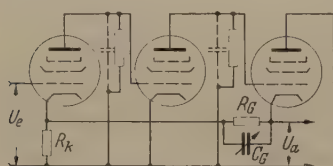


Abb. 11. Grundsaltung eines zweistufigen gegengekoppelten Verstärkers.

nahe (vgl. z. B. [4], [6]), dies Verfahren auch zur Unterdrückung der Verformungen heranzuziehen, die ein Impuls beim Durchlaufen eines Verstärkers durch Umladungsverzögerungen und Ableitverluste erleidet. Der Gegenkopplungsvierpol eines solchen Verstärkers (Abb. 11) enthält dazu neben den Widerständen R_G und R_K noch einen Kondensator C_G ; seine passende Wahl — 4.2 (6) — ermöglicht den Abgleich zwischen den impulsverformenden Eigenschaften der Anodenkreise und den ihnen entgegenwirkenden Übertragungseigenschaften des Gegenkopplungsvierpols.

Darüber hinaus wird durch die Gegenkopplung die Störanfälligkeit des Verstärkers gegenüber äußeren Einflüssen, wie Betriebsspannungsschwankungen, Alterungserscheinungen der Röhren u. ä. verringert und dadurch eine hohe Stabilität und zeitliche Konstanz der Verstärkeranordnung — eine für langdauernde Meßreihen unumgängliche Forderung — gewährleistet.

Außerdem enthält solch ein Verstärker in seiner praktischen Ausführung neben den beiden zur eigentlichen Verstärkung dienenden Röhren¹ noch eine dritte, als Kathodenverstärker arbeitende Röhre. Mit ihrer Hilfe läßt sich der Gegenkopplungsvierpol ohne Belastung des eigentlichen Verstärkers betreiben und dazu noch der Ausgangsimpuls mit dem der Kathodenverstärkerschaltung eigenen niedrigen Quellwiderstand an andere Schaltanordnungen weitergeben. Die Übertragungsfunktion der Kathodenverstärkerstufe kann hierbei weitgehend als eine Konstante mit Werten um 0,9 angesehen werden (vgl. 6. Anhang).

4.1. Die Auswirkung der Gegenkopplung auf die Übertragungseigenschaften eines zweistufigen Verstärkers.

Für die rechnerische Behandlung der Übertragungseigenschaften eines zweistufigen gegengekoppelten Verstärkers nach Abb. 11 ist es zweckmäßig, von der Ersatzschaltung Abb. 12 auszugehen. Es gilt:

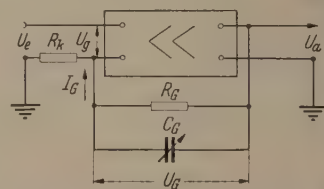


Abb. 12. Ersatzschaltung des zweistufigen gegengekoppelten Verstärkers.

$$U_e(t) = U_g(t) + U_K(t), \quad (1a)$$

$$U_a(t) = U_K(t) + U_G(t), \quad (1b)$$

$$U_K = I_G(t) \cdot R_K, \quad (1c)$$

$$I_G(t) = \frac{U_G(t)}{R_G} + C_G \frac{d}{dt} (U_G(t)), \quad (1d)$$

und zur Beschreibung² der eigentlichen Verstärkerstufen nach 2.2

$$u_a(s) = a_{\beta_1 \beta_2}(s) u_g(s) = a_0 \cdot \frac{1}{1 + s/\beta_1} \cdot \frac{1}{1 + s/\beta_2}. \quad (1e)$$

Allgemein ergibt dann die Transformation in den Unterbereich aus (1c) und (1d)

$$\left\{ \frac{1}{R_G} + C_G \cdot s \right\} \cdot u_G(s) = \frac{u_K(s)}{R_K} \quad (2)$$

und daraus mit (1b)

$$\left\{ \frac{1}{R_G} + C_G \cdot s \right\} \left(\frac{u_a}{u_K} - 1 \right) = \frac{1}{R_K} \quad (3)$$

und daraus wieder

$$\frac{u_a(s)}{u_K(s)} = \Gamma(s) = 1 + \frac{R_G}{R_K} \cdot \frac{1}{1 + s/\chi} \quad (4)$$

mit (4a)

$$\chi = \frac{1}{C_G R_G}.$$

¹ Die Gegenkopplung erfolgt zweckmäßig jeweils über zwei Stufen, da dann die Phasendrehung für alle Frequenzen kleiner als 180° bleibt und damit die Möglichkeit einer unerwünschten Selbsterregung ausgeschlossen ist.

² Hierbei ist von dem Einfluß der Kathodenverstärkerstufe abgesehen; eine etwaige Verstärkungsminderung kann durch die Benutzung eines entsprechend kleineren Faktors a_0 Berücksichtigung finden.

hierin ist $\Gamma(s)$ als Übertragungsfunktion des Gegenkopplungspfad zu bezeichnen.

Unter der — im praktischen Falle weitgehend erfüllten — Voraussetzung

$$R_G/R_K \gg 1 \quad (5)$$

folgt

$$\frac{u_K(s)}{u_a(s)} = \frac{1}{\Gamma(s)} \approx \frac{1}{G_0} \cdot \left(1 + \frac{s}{\chi}\right), \quad (6)$$

wenn noch

$$G_0 = R_G/R_K \quad (6a)$$

gesetzt wurde.

Weiterhin folgt aus (1a)

$$\frac{u_e}{u_a} = \frac{u_g}{u_a} + \frac{u_K}{u_a} \quad (7)$$

und hieraus durch Einsetzen von (1e) und (6) der Ausdruck

$$\frac{u_e(s)}{u_a(s)} = \frac{1}{A(s)} = \frac{1}{a_{\beta_1 \beta_2}(s)} + \frac{1}{\Gamma(s)}. \quad (8)$$

$A(s)$ sei als „Übertragungsfunktion des zweistufigen gegengekoppelten Verstärkers“ $2u$ bezeichnet.

Überwiegt in diesem Ausdruck der zweite Summand, so wird die Verstärkung der Gesamtanordnung wesentlich durch Γ allein bestimmt. Dieser Gegenkopplungszustand wird in der praktischen Ausführung eines Meßverstärkers angestrebt. Die im ersten Summanden enthaltenen Röhreneigenschaften und andere die Verstärkung beeinflussenden Größen wie Betriebsspannungen usw. haben dann nur einen untergeordneten Einfluß auf die Gesamtverstärkung.

Nach 1.2 lassen sich mit den derzeitig vorliegenden Röhren selbst bei hohen Anforderungen an das Auflösungsvermögen Stufenverstärkungen um den Faktor 10^2 , für einen zweistufigen Verstärker also eine Gesamtverstärkung um den Faktor $a_0 = 10^4$ erreichen. Bei 100facher Gegenkopplung ($G_0 = 100$) wird dann der Verstärkungsgrad der Gesamtanordnung im wesentlichen nur durch diese Gegenkopplung bestimmt. Die Durchführung dieser und noch stärkerer Gegenkopplungen ist lediglich eine Frage des Aufwandes, der für eine angestrebte Verstärkung zulässig erscheint.

4.2. Die Beeinflussung der Impulswiedergabe in einem gegengekoppelten Verstärker durch den Abgleich der Zeitkonstanten des Gegenkopplungsweges.

Der analytische Bau von 4.1 (8) läßt die Möglichkeit erkennen, den Verlauf der Gesamtübertragungsfunktion durch eine geeignete Wahl der Zeitkonstanten des Gegenkopplungsweges so zu beeinflussen, daß eine weitgehende Verbesserung der Übertragungseigenschaften erzielt wird.

Zur Erläuterung ist in Abb. 13 der Kehrwert der Übertragungsfunktion dargestellt. Der erste der beiden Summanden 4.1 (8) wird dabei durch eine Parabel wiedergegeben, die die Abszissenachse an den Stellen $s = -\beta_1$ und $s = -\beta_2$ schneidet, während der zweite Summand 4.1 (6) eine Gerade ergibt, deren Neigung durch χ festgelegt wird. Ihre Summe ergibt gleichfalls eine Parabel, deren Schnittpunkte mit der Abszissenachse nunmehr den Grenzfrequenzen β_1^* und β_2^* der Übertragungsfunktion des gegengekoppelten Verstärkers entsprechen.

Diese beiden Grenzfrequenzen sind jedoch gegenüber β_1 und β_2 in den Bereich größerer β -Werte hinausgedrückt; sie kennzeichnen damit einen Verstärker mit günstigeren Impulsübertragungseigenschaften, als es einem gegengekoppelten Verstärker ohne eine

Abgleichmöglichkeit im Gegenkopplungspfad entsprechen würde. Der günstigste Fall ist offenbar dann erreicht, wenn in der graphischen Darstellung die Summenparabel die Abszissenachse gerade berührt. Dieser tangierende Verlauf läßt sich für eine nach 4.2 (8) aufgebaute Funktion durch passende Wahl von χ immer erreichen¹.

Analytisch wird die Forderung nach der Übertragungsfunktion eines zweistufigen Verstärkers mit den günstigsten Eigenschaften durch die Bedingung

$$\begin{aligned} \frac{1}{A(s)} &= (M + Ns)^2 \\ &= M^2 + 2MNs \\ &\quad + N^2 \cdot s^2 \end{aligned} \quad (1)$$

gestellt.

Setzt man (1e) und (6) in 4.2 (8) unter Vernachlässigung von Größen höherer Ordnung ein, so wird

$$\frac{1}{A(s)} = \frac{1}{a_0} + \frac{1}{G_0} + \left\{ \frac{1}{a_0} \left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2} \right) + \frac{1}{\chi G_0} \right\} s + \frac{1}{a_0 \beta_1 \beta_2} s^2. \quad (2)$$

Ein Koeffizientenvergleich ergibt

$$N = \frac{1}{\sqrt{a_0 \beta_1 \beta_2}} \quad (3)$$

und

$$M^2 = \frac{1}{a_0} + \frac{1}{G_0} \approx \frac{1}{G_0}, \quad \text{also} \quad M = \frac{1}{\sqrt{G_0}}. \quad (4)$$

Daraus folgt als Bedingung für χ

$$2MN = \frac{2}{\sqrt{G_0 a_0 \beta_1 \beta_2}} = \frac{1}{a_0} \left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2} \right) + \frac{1}{\chi G_0}. \quad (5)$$

Speziell für $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ folgt weiter

$$\frac{1}{\chi} = \frac{1}{\beta} \sqrt{G_0/a_0} \quad (6)$$

und damit als Übertragungsfunktion des abgeglichenen Verstärkers

$$\frac{1}{A(s)} = \frac{1}{G_0} \left(1 + \frac{s}{\beta} \sqrt{\frac{G_0}{a_0}} \right)^2. \quad (7)$$

Der Fall $\beta_1 \neq \beta_2$ führt zu keinem wesentlich anderen Ergebnis.

Die Übertragungsfunktion $A(s)$ des über zwei Stufen gegengekoppelten Verstärkers erscheint hier in der analytischen Form, die in 2.2 für die Übertragungsfunktion eines gewöhnlichen zweistufigen Verstärkers mit gleichen Zeitkonstanten abgeleitet wurde. Durch die Gegenkopplung sind jedoch die Zeitkonstanten des „Ersatzverstärkers“ gegenüber den durch die Schaltelemente vorgegebenen um den Faktor $\sqrt{G_0/a_0}$ verkleinert. Der für diesen Gegenkopplungszustand erforderliche Abgleich wird durch Erfüllen der Beziehung (6) gegeben, woraus bei vorgegebenen Werten von $a_0 G_0 R_K R_G$ die notwendige Größe von C_G folgt. In der Praxis wird man C_G meist um den berechneten Wert herum veränderlich

¹ Wird darüber hinaus χ so groß gewählt, daß die Summenparabel keine reellen Schnittpunkte mit der Abszisse mehr hat, so erfolgt die Einstellung der Ausgangsspannung des Verstärkers auf ein Eingangssignal nicht mehr monoton, sondern im oszillierenden Ablauf.

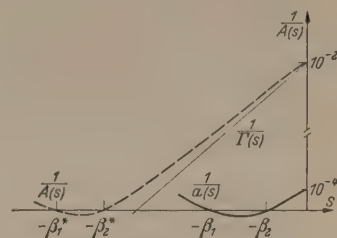


Abb. 13. Der Kehrwert der Übertragungsfunktion eines zweistufigen gegengekoppelten Verstärkers. Durch eine geeignete Wahl der Zeitkonstanten des Gegenkopplungsweges läßt sich die Gesamtübertragungsfunktion des Verstärkers optimal abgleichen.

machen und seinen günstigsten Wert durch eine Kontrolle der Verstärkung von Eichimpulsen mit einem Oszillographen erproben.

Die praktische Ausführung der Gegenkopplung.

Mit den schon öfters benutzten Werten

$$a_0 = 10^4; G_0 = 10^2; \beta = \frac{1}{\tau_a} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}$$

folgt

$$\beta^* = 2,5 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}.$$

Mit einem derart gegengekoppelten Verstärker können also auch noch Impulse von $0,2 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$ Dauer förderlich verstärkt werden. Aber auch bei der Verwendung längerer Impulse dürfte der Gebrauch des gegengekoppelten Verstärkers wegen seiner schnelleren Einstellung auf das Eingangssignal manchmal von Nutzen sein. G_0 selbst wird zweckmäßigerweise mit den Werten $R_K = 0,1 \text{ k}\Omega$ und $R_G = 10 \text{ k}\Omega$ eingestellt, da mit diesen Werten gleichzeitig eine günstige Einregulierung der Gleichstrom-Betriebsspannungsverhältnisse erzielt werden kann. Insbesondere läßt sich in diesem Falle eine direkte Verbindung der Anode der zweiten Röhre mit dem Gitter des nachfolgenden Kathodenverstärkers durchführen, wodurch ein „notwendig verformender“ Kopplungsvierpol im Gegenkopplungspfad gespart werden kann. Für den Kehrwert der Zeitkonstante des Gegenkopplungsgliedes berechnet man nach (5) einen Wert $\chi = 2,5 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$, woraus nach 4.2 (2a) der Betrag $C_G = 4 \text{ pF}$ folgt.

5. Die Festlegung der Übertragungsfunktion eines vorgegebenen Verstärkers aus seinem Verhalten gegenüber stationären Wechselspannungen.

Die in den vorangehenden Abschnitten abgeleiteten Beziehungen setzen die Kenntnis des Verstärkungsfaktors und der Zeitkonstanten jeder einzelnen Stufe eines Verstärkers aus Konstruktionsunterlagen oder Einzelmessungen voraus. Beide Unterlagen können jedoch in der Praxis nur in begrenztem Maße zur Aufstellung der Übertragungsfunktion herangezogen werden; der Zusammenbau der Einzelteile, Schaltkapazitäten und die Anschaltung von Meßgeräten bringen im allgemeinen eine nur schwer erfaßbare Unsicherheit in die zur Berechnung des Verstärkers heranzuziehenden Zahlenwerte hinein. Zu erstreben ist demgegenüber die meßtechnische Erfassung des fertig zusammengeschalteten Verstärkers in der Weise, daß mit den dabei gewonnenen Meßdaten Aussagen über die Wiedergabe eines beliebigen Impulses abgeleitet werden können. Den Weg hierzu bietet die Festlegung der Übertragungsfunktion des Verstärkers aus seinem Verhalten gegenüber stationären Wechselspannungen.

5.1. Die Wiedergabe von stationären Wechselspannungen durch einen Verstärker mit vorgegebener Übertragungsfunktion.

Beim Anschalten einer stationären Wechselspannung

$$U_e = U_{e0} \cdot e^{j\omega t} \quad (1)$$

mit der Unterfunktion ([5] C. 3.)

$$u_e = U_{e0} \frac{1}{s - j\omega} \quad (1a)$$

an einen Verstärker mit der Übertragungsfunktion¹

$$a(s) = \frac{u_a(s)}{u_e(s)} \quad (2)$$

¹ Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf einen Verstärker, bei dem der Einfluß der Kopplungsvierpole unberücksichtigt bleiben kann.

ergibt sich als Unterfunktion der Ausgangsspannung

$$u_a = U_{ea} \cdot a(s) \frac{1}{s - j\omega}. \quad (3)$$

Aufgefaßt als Produkt zwischen den Unterfunktionen

$$a(s) \quad \text{und} \quad \frac{1}{s - j\omega},$$

führt die Rücktransformation in den Oberbereich ([5] § 4, IX) zu

$$U_a(t) = U_{e0} \int_0^t A(\tau) e^{j\omega(t-\tau)} d\tau \quad (4)$$

worin $A(\tau)$ die Oberfunktion zu $a(s)$ bezeichnet. Nach Herausziehen des konstanten Faktors ergibt sich

$$U_a(t) = U_{e0} \cdot e^{j\omega t} \int_0^t A(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (4a)$$

Das Integral stellt für $t \rightarrow \infty$ die Definitionsgleichung für $a(j\omega)$ dar, so daß insgesamt für $t \rightarrow \infty$

$$U_a(t) = U_{e0} e^{j\omega t} a(j\omega) \quad (5)$$

wird.

Die Beschränkung der Gültigkeit dieses Ausdrucks auf $t \rightarrow \infty$ bedeutet offenbar, daß (5) die Verhältnisse erst nach dem Abklingen der im Anfang ablaufenden Ausgleichsvorgänge wiedergibt. Dann lassen sich jedoch die Übertragungseigenschaften des Verstärkers in der für stationäre Wechselspannungen üblichen Weise durch die Angabe eines im allgemeinen komplexen Übertragungsmaßes

$$\frac{U_a(\omega t)}{U_e(\omega t)} = \mathfrak{B}(\omega) \quad (6)$$

beschreiben.

Hier wird nach (5)

$$\mathfrak{B}(\omega) = a(j\omega). \quad (7)$$

Der Wert des Übertragungsmaßes wird also ganz allgemein durch den Wertevorrat der Übertragungsfunktion für das Argument $s = j\omega$ gegeben.

Liegt umgekehrt die Funktion $\mathfrak{B}(\omega)$ experimentell ermittelt vor — eine Anordnung zur experimentellen

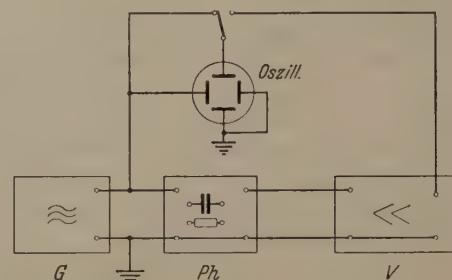


Abb. 14. Meßanordnung zur experimentellen Festlegung der Übertragungsfunktion eines Verstärkers aus seinem Verhalten gegenüber stationären Wechselspannungen.

G Wechselspannungsgenerator, Ph Phasenschieber und Abschwächer, V auszumessender Verstärker, Osz Oszillographenröhre.

Festlegung der Übertragungseigenschaften eines Verstärkers ist in Abb. 14 angegeben —, so kann daraus die Wiedergabe beliebiger Impulse durch den Verstärker abgeleitet werden¹. Für die analytische Behandlung muß dazu die experimentell nach Abb. 14 ermittelte Funktion nach den bisher behandelten Grundtypen des n -stufigen Verstärkers mit den

¹ Ein photomechanisches Verfahren ist von W. MEYER-EPPLER [7] angegeben worden.

Übertragungsfunktionen $a_\beta, a_{\beta_1 \beta_2}, a_{\dots}, \dots$ klassifiziert werden. Ein graphisches Verfahren hierzu wird im folgenden Abschnitt behandelt.

2. Die Darstellung der Übertragungsfunktion eines Verstärkers.

Die Darstellung des Übertragungsmaßes $\mathfrak{B}(\omega)$ eines Verstärkers kann auf verschiedene Weise erfolgen. Verbreitet ist die Darstellung von $\mathfrak{B}(\omega)$ als Ortskurve in der komplexen Ebene. Für das vorliegende Vorhaben ist es jedoch zweckmäßiger, Übertragungsmaß und Phase in einem rechtwinkligen Koordinatensystem darzustellen, da in dieser Darstellung die charakteristischen Unterschiede zwischen den einzelnen $a_\beta, a_{\beta_1 \beta_2}, a_{\dots}, \dots$ stärker hervortreten.

Das Übertragungsmaß eines n -stufigen Verstärkers mit gleichen Zeitkonstanten ist nach 5.1 (7) und 2.3 durch

$$\mathfrak{B}_n(\omega) = \frac{u_a}{u_e} = \left(S \cdot R \frac{1}{1 + j\omega\beta} \right)^n = (S \cdot R)^n \cdot v_n(\omega) \quad (1)$$

angeben¹. Hierin läßt sich v_n auch in der Form

$$v_n = \frac{1}{\left(\frac{1}{\cos \chi} e^{j\chi} \right)^n} \quad \text{mit} \quad 0 < \chi < \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

beschreiben, woraus durch Vergleich mit²

$$v_n = r \cdot e^{-j\varphi} \quad (3)$$

die Darstellung

$$r = (\cos \chi)^n; \quad \varphi = n\chi \quad (4)$$

folgt.

Mit den FOURIERZERLEGUNGEN

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{1}{2} (1 + \cos 2\chi) & \text{für } n=2, \\ r &= \frac{1}{4} (3 \cos \chi + \cos 3\chi) & \text{für } n=3, \\ r &= \frac{1}{8} (3 + 4 \cos 2\chi + \cos 4\chi) & \text{für } n=4, \\ r &= \frac{1}{16} (10 \cos \chi + 5 \cos 3\chi + \cos 5\chi) & \text{für } n=5. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$n = \text{Stufenzahl des Verstärkers}$

ergeben sich daraus für v_n die Darstellungen

$$\left. \begin{aligned} r &= \cos \varphi, & 0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2} & \text{für } n=1, \\ r &= \frac{1}{2} (1 + \cos \varphi), & 0 \leq \varphi \leq \pi & \text{für } n=2, \\ r &= \frac{1}{4} \left(3 \cos \frac{\varphi}{3} + \cos \varphi \right), & 0 \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2} & \text{für } n=3, \\ r &= \frac{1}{8} \left(9 + 4 \cos \frac{\varphi}{2} + \cos \varphi \right), & 0 \leq \varphi \leq 2\pi & \text{für } n=4, \\ r &= \frac{1}{16} \left(10 \cos \frac{\varphi}{5} + 5 \cos \frac{3}{5} \varphi + \cos \varphi \right), & 0 \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{2} & \text{für } n=5. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Diese Kurven sind in Abb. 15a aufgezeichnet. In ihr sind weiterhin die Punkte hervorgehoben, für die $\omega = \beta$ wird; ihre Koordinaten sind nach (2) und (4)

¹ Hierbei ist nur das Verhalten des Verstärkers gegenüber hohen Frequenzen berücksichtigt.

² In der Zählung von φ ist die Phasenverzögerung im Verstärker berücksichtigt.

durch $\chi = \pi/4$ und damit durch

$$r = \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} \right)^n, \quad \varphi = \frac{n\pi}{4}. \quad (7)$$

gegeben.

Bei ungleichen Zeitkonstanten in den einzelnen Stufen eines Verstärkers ist es nicht mehr möglich, wie oben mit einer einfachen Parameterdarstellung auszukommen. Für einen zweistufigen Verstärker mit ungleichen Zeitkonstanten β_1 und β_2 z. B. wird

$$\mathfrak{B}_{\beta_1 \beta_2} = S_1 S_2 \frac{R_1}{1 + j\omega\beta_1} \frac{R_2}{1 + j\omega\beta_2} = S_1 S_2 \cdot R_1 R_2 v_{\beta_1 \beta_2}. \quad (8)$$

In doppelter Parameterdarstellung ergibt sich hier

$$v_{\beta_1 \beta_2} = \cos \chi \cos \psi \cdot e^{-i(\chi + \psi)}, \quad (9)$$

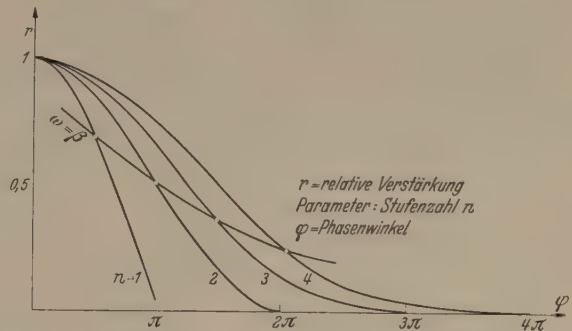


Abb. 15a. Verstärkungsabfall und Phasenwinkel in einem ein- und mehrstufigen Verstärker bei gleichen Zeitkonstanten in allen Anodenkreisen.

oder beim Einführen von

$$\frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \chi} = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \varrho \quad (10)$$

auch

$$v_{\beta_1 \beta_2} = \cos \chi \frac{1}{\sqrt{1 + \varrho^2 \operatorname{tg}^2 \chi}} e^{-i(\chi + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \chi)}. \quad (11)$$

Durch den Vergleich mit (3) folgt

$$r = \cos \chi \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \varrho^2 \operatorname{tg}^2 \chi}}$$

und

$$\varphi = \chi + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \varrho \cdot \operatorname{tg} \chi. \quad (12)$$

Dadurch wird eine Kurvenschar beschrieben, die mit ϱ als Parameter die Fläche zwischen den in Abb. 15a mit $n=1$ und $n=2$ bezeichneten Kurven bedeckt. Alle Kurven entspringen bei $r=1, \varphi=0$ und enden bei $r=0$ und $\varphi=2\pi$. In ähnlicher Weise kann einem dreistufigen Verstärker eine zweiparametrische Kurvenschar zugeordnet werden, die die Flächen zwischen den Kurven $n=1$ und $n=3$ überdeckt.

Ganz allgemein wird ein Verstärker mit beliebiger Stufenzahl und mit beliebigen Zeitkonstanten durch eine Kurve im r - φ -Diagramm beschrieben, deren Endpunkt auf der Abszissenachse direkt die Stufenzahl kennzeichnet, deren Verlauf im einzelnen jedoch vom Verhältnis der Zeitkonstanten in den einzelnen Stufen abhängt. Schmiegt sich die Kurve dabei an eine der in Abb. 15a gezeichneten besonders an, so weist dies darauf hin, daß das Verhalten dieses Verstärkers mit ausreichender Genauigkeit durch einen Verstärker mit gleichen Zeitkonstanten in allen Stufen beschrieben werden kann.

Mit diesen Kurven hat man den experimentell gemessenen Verlauf des Übertragungsmaßes eines beliebigen Verstärkers mit unbekannter Stufenzahl und unbekannten β -Werten zu vergleichen, um seine

Übertragungsfunktion nach einer der hier abgeleiteten Übertragungsfunktionen zu klassifizieren. Dabei wird man die in

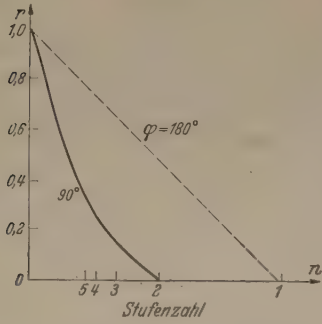


Abb. 15 b. Verstärkungsabfall für verschiedene Phasenwinkel in Abhängigkeit von der Stufenzahl eines Verstärkers.

Abb. 15 b nochmals gesondert dargestellte Abhängigkeit der relativen Verstärkung von Phasen und Stufenzahl oft mit Nutzen zu Rate ziehen können.

6. Anhang: Die Betriebseigenschaften einer Kathodenverstärkerstufe.

Das Verhalten einer Kathodenverstärkerstufe (KVS) (Abb. 16) gegenüber Änderungen der Eingangsspannung U_e wird durch

$$\frac{\Delta U_K}{\Delta U_e} = \left(1 + D + \frac{1}{S R_K}\right)^{-1}$$

beschrieben, wenn S und D Steilheit und Durchgriff der Röhre im Betriebsbereich beschreiben. (vgl. z. B. [8]). Man erkennt, daß die „Verstärkung“ $\frac{\Delta U_K}{\Delta U_e}$ für hinreichend große R_K weitgehend unabhängig von

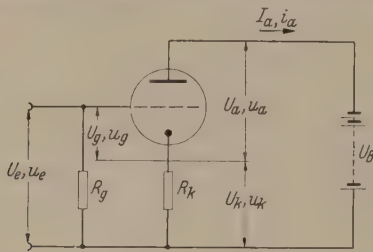


Abb. 16. Grundsaltung einer Kathodenverstärkerstufe.

R_K den konstanten Wert $(1 + D)^{-1}$ aufweist und erst für $R_K \sim \frac{1}{S}$ auf kleinere Werte absinkt.

Bei einer Steilheit von $S = 5 \text{ mA/V}$ müßte $R_K = 0,2 \text{ k}\Omega$ werden; die oben (Abschn. 4) angeführte Anschaltung eines „Kathodenwiderstandes“ $R_G = 10 \text{ k}\Omega$ stellt demnach für eine Röhre mit dieser Steilheit keine wesentliche Belastung dar. Mit dem gebräuchlichen Wert $D = 0,1$ folgt weiter $\frac{\Delta U_K}{\Delta U_e} \sim 0,9$.

Diese Überlegung gilt ebenso, wenn für stationäre Eingangsschweckspannungen $\Delta U_e = U_e^0 e^{j\omega t}$ der Kathodenwiderstand komplexe Werte R_k annimmt. Schaltet man z. B. ein längeres Kabel mit der Kapazität C_K an den Ausgang der KVS, so wird der Gesamtkathodenwiderstand $R_K = R_k + \frac{1}{j\omega C}$. Sein Imaginärteil bleibt jedoch selbst für den großen Wert $C = 100 \text{ pF}$ bis zu Frequenzen von 10^7 Hz noch so groß, daß man von einem Einfluß der kapazitiven Ausgangsbelastung auf die Übertragungseigenschaften der KVS weitgehend absehen kann. Diese Betriebseigenschaften machen die KVS darüber hinaus auch zur Übertragung von Spannungsimpulsen geeignet, sofern der wesentliche Anteil ihres Frequenzspektrums der Beschränkung $\omega < \frac{S}{C_K}$ unterliegt.

Aus diesen Gründen hat die KVS in der elektronischen Schaltungstechnik eine große Bedeutung erlangt. Ihre förderliche Anwendung ist allerdings daran gebunden, daß die Aussteuerung der für KVS benutzten Röhre im linearen Bereich ihrer $I_a U_a$ — Kennlinienfeldes bleibt. Eine Übersicht hierüber kann man auf folgende Weise gewinnen.

Trägt man neben dem normalen Kennlinienfeld (Abb. 17 rechts) unter Benutzung des gleichen Maßstabes ein $J_a U_K$ -Diagramm auf (Abb. 17 links) so lassen sich die Diagrammpunkte 1, 2, 3, 4 gleich U_g -Werten wegen $U_e = U_g + U_k$ (Abb. 16) sogleich mit U_e -Werten beziffern; entsprechendes gilt für die Punkte 5, 6, 7, 8 und 9, 10, 11, 12. Verbindet man nun die Punkte gleichen U_e -Wertes miteinander, so erhält man die in Abb. 17 gestrichelten Kurvenschar. Aus ihr läßt sich die Aussteuerung der KVS unmittelbar entnehmen, wenn man noch beachtet, daß beim Fließen eines Anodenstromes durch R_K die Anodenspannung $U_a = U_B - J_a \cdot R_k$ wird.

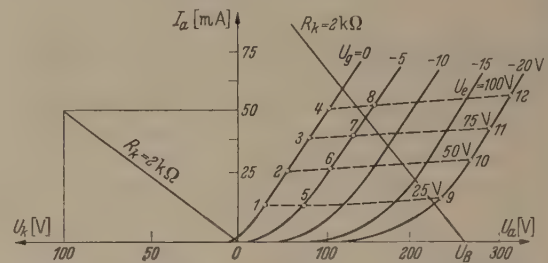


Abb. 17. Aussteuerungs-Diagramm einer Kathodenverstärkerstufe.

(Abb. 16). Die hierdurch vorgegebenen Diagrammpunkte liegen auf einer Geraden ihr Schnitt mit den Kurven $U_e = \text{const}$ gibt die bei der Aussteuerung durch U_e sich einstellenden Anodenströme J_a und durch Hinüberloten auf die U_K -Achse auch die damit verbundene Aussteuerung der Kathode an. Man erkennt, daß die Spannungsänderung an der Kathode ΔU_K für die diesen Diagramm zugrundeliegenden Betriebsbedingungen ($S \approx 5 \text{ mA/V}$; $D = 0,1$; $R_K = 2 \text{ k}\Omega$) im wesentlichen gleich der Änderung der Eingangsspannung ΔU_e ist. Die Aussteuerungsgrenzen werden durch den Schnittpunkt der R_k Geraden mit den Grenzen des homogenen Teils des U_e -Feldes gegeben. Man erkennt, daß sich dieser Bereich in vorliegendem Beispiel von $U \approx 10 \text{ V}$ (der genaue Wert wird durch den Verlauf des Anodenschwanzstroms bei $U_a = U_B$ gegeben) bis zu $U_e \approx 120 \text{ V}$ (Gitterstromerinsatz) erstreckt. In diesem Bereich muß die von der KVS zu übertragende Eingangsspannung gegebenenfalls durch Überlagerung mit einer Gleichspannung verschoben werden, wenn die Ausgangsspannung ΔU_K die Eingangsspannung ΔU_e getreu wiedergeben soll.

Zusammenfassung.

Die Wiedergabe von Spannungsimpulsen durch einen Proportionalverstärker läßt sich unter Zuhilfenahme des LAPLACE-Kalküls in übersichtlicher Weise behandeln. Insbesondere können die Übertragungseigenschaften eines Verstärkers vollständig durch die Angabe einer charakteristischen Funktion beschrieben werden, in der die impulsverformenden Einflüsse der einzelnen Schaltelemente des Verstärkers zusammengefaßt sind; sie wird als Über-

gungsfunktion des betreffenden Verstärkers berechnet. Als Beispiele werden die Übertragungsfunktionen ein- und mehrstufiger Verstärker abgeleitet und systematisch die Verformungen aufgezeigt, denen ein für die *Zählimpulstechnik* typischer Spannungsverlauf — als *e*-Impuls bezeichnet — unterliegt. Es ergibt sich, daß für die „optimale“ Verstärkung eines solchen Impulses ein ganz bestimmtes Verhältnis zwischen der Dauer des zu übertragenden Impulses und den Zeitkonstanten in den Gitter- und Anodenkreisen des Verstärkers einzutreten ist. Erhöhte Anforderungen an den Verstärker z. B. bezüglich seines zeitlichen Auflösungsvermögens verschärfen die Bedingungen für diesen Wert beträchtlich und müssen bei vorgegebener Verstärkung durch einen beträchtlichen Mehraufwand an Schmittmitteln, insbesondere Röhren usw., erkauft werden. Durch die Einführung einer Gegenkopplung lassen sich die Übertragungseigenschaften eines Verstärkers wesentlich verbessern. Dies gilt — abgesehen von der allgemein stabilisierenden Wirkung der Gegenkopplung auf die Betriebseigenschaften eines Verstärkers überhaupt — bei entsprechendem Abgleich des Gegenkopplungspfades auch für die

Wiedergabe von Spannungsimpulsen; der zweistufige gegengekoppelte Verstärker wird deshalb mit Vorteil als Bauelement in größeren Verstärkereinheiten verwendet.

Sind die Schaltelemente eines Verstärkers und sein Aufbau im Einzelnen nicht bekannt, so kann seine Übertragungsfunktion aus dem Verhalten des Verstärkers gegenüber stationären Wechselspannungen erschlossen werden; ein dafür geeignetes Meßverfahren wird am Schluß beschrieben.

Herrn Professor WALCHER danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und zahlreiche fördernde Diskussionen.

Literatur. [1] ROSSI, B. B. u. H. H. STAUB: *Ionisation chambers and counters*, McGraw Hill 1949. — [2] HANLE, W.: *Naturw.* **38**, 176 (1951). — [3] STÖCKMANN, F.: *Naturw.* **36**, 82 (1949). — [4] ELMORE, W. C. u. M. L. SANDS: *Electronics; Experimental techniques*, McGraw Hill 1949. — [5] DOETSCH, G.: *Tabellen zur LAPLACE-Transformation*, Springer 1947. — [6] KÖLTER, J.: *Hausmitt. Fernseh A. G.* **Bd. 2**, H. 6 (1943). — [7] MEYER-EPPLER, W.: *Optik* **1**, 465 (1946). — [8] KLEEN, W.: *E. N. T.* **20**, 140 (1943).

Dr. ULRICH CAPPELLER,
Physikalisches Institut der Universität Marburg.

Eine Beziehung zwischen Hysteresebewert und Permeabilität.

Von MAX KORNETZKI, Karlsruhe.

(Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium der Siemens & Halske AG.)

Mit 1 Textabbildung.

(Eingegangen am 26. Juni 1952.)

Es ist bekannt, daß der JORDANSche Hysteresebewert h [1], [2] hochpermeabler magnetischer Stoffe im allgemeinen größer ist als der niederpermeabler Stoffe. Betrachtet man statt dessen den „relativen“ Hysteresebewert h/μ^2 (μ = Anfangspermeabilität bezogen auf die Permeabilität des Vakuums), so ergibt sich das umgekehrte Verhalten. h/μ^2 ist nämlich meist um so geringer, je höher permeabel der Werkstoff ist. Diese Feststellung erstreckt sich grob pauschal auf alle Massekerne, Ferritkerne, Blechkerne usw. Bisher weiß man nicht, ob es sich bei diesem Sachverhalt um einen Zufall handelt oder um einen physikalisch begründeten Zusammenhang.

Im folgenden soll gezeigt werden, daß man durch eine einfache Überlegung eine derartige Abhängigkeit des Hysteresebewertes von der Anfangspermeabilität plausibel machen kann.

Abb. 1a stelle die Magnetisierungskurve eines beliebigen ferromagnetischen Werkstoffes dar, der eine Sättigungsinduktion B_{s1} und eine Koerzitivkraft H_{c1} haben möge. Die Feldstärke und Induktion längs der Magnetisierungskurve seien mit H_1 und B_1 bezeichnet. Für den Anfangsteil der Magnetisierungskurve gelte die RAYLEIGHsche Gleichung [3]

$$B_1 = \mu_1 H_1 + 2 \nu_1 H_1^2 \quad (1)$$

(μ_1 = Anfangspermeabilität, ν_1 = Hysteresekonstante).

Es ist für die folgenden Überlegungen gleichgültig, ob das RAYLEIGHsche Gesetz erfüllt ist oder ob hier noch Glieder höherer Ordnung vorhanden sind. Der Hysteresebewert h_1 dieses Stoffes ergibt sich dann aus der

Gleichung

$$h_1 = c \frac{\nu_1}{\mu_1} \quad (2)$$

(c ist eine hier belanglose Konstante).

Abb. 1b stelle nun die Magnetisierungskurve eines anderen ferromagnetischen Werkstoffes dar, der zwar

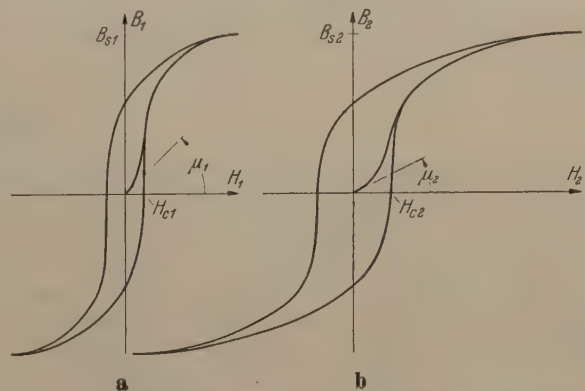


Abb. 1. Schematische Darstellung der Magnetisierungskurven zweier Werkstoffe mit gleicher Sättigungsinduktion aber verschiedener Koerzitivkraft.

dieselbe Sättigungsinduktion, aber die Koerzitivkraft H_{c2} haben möge. Die Koordinaten der Magnetisierungskurve seien H_2 und B_2 . Für den Anfangsteil der Magnetisierungskurve gilt hier die Gleichung

$$B_2 = \mu_2 H_2 + 2 \nu_2 H_2^2. \quad (3)$$

Man wird dann in erster Näherung annehmen können, daß die Kurve 2 aus der Kurve 1 hervorgeht, indem

alle Feldstärken (bei festgehaltener Induktion) mit dem Faktor $H_{c2}/H_{c1} = a$ multipliziert werden.

Es gilt also bei

$$B_2 = B_1 \quad (4)$$

die Beziehung

$$H_2 = a H_1. \quad (5)$$

Damit folgt aus Gleichung (1)

$$B_2 (= B_1) = \mu_1 \frac{H_2}{a} + 2 \nu_1 H_2^2 / a^2 \quad (6)$$

Wenn Gleichung (3) und (6) bei allen Feldstärken übereinstimmen sollen, dann muß sein

$$\mu_2 = \frac{\mu_1}{a}, \quad (7)$$

$$\nu_2 = \frac{\nu_1}{a^2}. \quad (8)$$

Nach Gleichung (2) folgt dann für den Hysteresebewert des zweiten Stoffes

$$h_2 = c \frac{\nu_2}{\mu_2} = c \frac{\nu_1}{\mu_1} \frac{1}{a} = \frac{h_1}{a} \quad (9)$$

und für den relativen Hysteresebewert

$$\frac{h_2}{\mu_2^2} = \frac{h_1 \cdot a^2}{a \mu_1^2} = a \frac{h_1}{\mu_1^2}. \quad (10)$$

Aus Gleichung (7) folgt, daß die Permeabilität proportional $\frac{1}{a}$ abnimmt, wenn die Koerzitivkraft um den Faktor a wächst; Gleichung (9) zeigt, daß auch der Hysteresebewert proportional $\frac{1}{a}$ abnimmt, d. h.: Mit fallender Permeabilität sinkt auch der Hysteresebewert.

Es gilt also

$$h \sim \mu. \quad (11)$$

Aus Gleichung (10) geht hervor, daß der relative Hysteresebewert h/μ^2 um den Faktor a wächst, d. h. mit fallender Permeabilität steigt der relative Hysteresebewert. Somit gilt

$$\frac{h}{\mu^2} \sim \frac{1}{\mu}. \quad (12)$$

Man erkennt (Gl. 11), daß die Größe h/μ unabhängig von a , also auch von der Permeabilität, sein muß. Es muß also gelten

$$\frac{h}{\mu} = \text{const.} \quad (13)$$

Die oben wiedergegebene Überlegung liefert auf eine einfache Weise eine Erklärung für die experimentellen Befunde. Es ist aber sofort klar, daß es sich hier nicht um ein strenges Gesetz handeln kann, sondern nur um eine „Richtung“. Der Hysteresebewert ist nämlich selbst bei Stoffen mit genau gleicher Sättigungsmagnetisierung und gleicher Koerzitivkraft nicht gleich, sondern er kann je nach dem Verlauf der Magnetisierungskurve um ein gewisses Maß schwanken. Die volle Breite dieser Streuung überlagert sich der oben abgeleiteten Beziehung.

Ferner gilt die vorausgesetzte Transformierbarkeit der Magnetisierungskurven natürlich auch bestenfalls nur dann, wenn es sich in jedem Fall um polykristalline, isotrope Werkstoffe, d. h. solche ohne Walz-, Faser- oder magnetisch eingeprägte Textur handelt. Stoffe mit Isoperm- oder Rechteckschleifen dürfen also nicht mit Stoffen ohne magnetische Vorzugslage verglichen werden,

Weiter ist zu beachten, daß sich der Vergleich nur auf ungescherte Werkstoffe bezieht, d. h. solche, deren magnetische Werte im magnetisch geschlossenen Kreis gemessen wurden. Bei der (idealen) Scherung gilt bekanntlich eine andere Gesetzmäßigkeit, nämlich $h \sim \mu^2$ [4]. Man muß also zur Kontrolle der Beziehungen (11) und (12) auf die Permeabilität und den Hysteresebewert des ungescherten Werkstoffes zurückgehen. Für Massekerne gelten dann die Überlegungen sinngemäß nicht.

Man kann die Voraussetzung konstanter Sättigungsinduktion fallen lassen und auch für die Induktion einen Transformationsfaktor

$$B_3 = b B_1 \quad (14)$$

eingeführen. Dann ergeben sich die Beziehungen:

$$\mu_3 = \frac{b}{a} \mu_1 \left(\sim \frac{B_s}{H_c} \right)^1, \quad (15)$$

$$h_3 = \frac{1}{a} h_1, \quad (16)$$

$$\frac{h_3}{\mu_3} = \frac{1}{b} \frac{h_1}{\mu_1}, \quad (17)$$

$$\frac{h_3}{\mu_3^2} = \frac{a}{b^2} \frac{h_1}{\mu_1^2}. \quad (18)$$

Überraschenderweise ergibt sich hier ein anderes Bild. Während die Permeabilität proportional der Vertikalverzerrung b ansteigt, bleibt der Hysteresebewert h konstant.

Eine praktisch übersichtliche, allgemeine Schreibweise erhält man, wenn man bedenkt, daß a einen viel größeren Bereich einnehmen kann als b , weil die Koerzitivkräfte technischer magnetischer Werkstoffe viel stärker schwanken als die Sättigungsmagnetisierungen; man kann also b als Korrekturgröße im Vergleich zu a auffassen. Als allgemeine Schreibweise erhält man dann

$$h \sim \frac{1}{b} \mu \sim \frac{\mu}{B_s} \left(\sim \frac{1}{H_c} \right), \quad (19)$$

$$\frac{h}{\mu} \sim \frac{1}{b} \sim \frac{1}{B_s}, \quad (20)$$

$$\frac{h}{\mu^2} \sim \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{\mu} \sim \frac{1}{B_s \cdot \mu} \left(\sim \frac{H_c}{B_s^2} \right). \quad (21)$$

Die Hystereseeigenschaften von PUPINspulen werden meist an Hand der Größe $h/\sqrt{\mu}$ beurteilt. Hierfür erhält man

$$\frac{h}{\sqrt{\mu}} \sim \frac{1}{b} \sqrt{\mu} \sim \frac{\sqrt{\mu}}{B_s} \left(\sim \frac{1}{\sqrt{B_s H_c}} \right). \quad (22)$$

Zur Prüfung der Beziehungen sei eine Meßreihe an Nickel-Zink-Ferriten verschiedener Permeabilität angeführt. Die folgende Tabelle gibt für 6 verschiedene Nickel-Zink-Ferrite die Permeabilität, den relativen Hysteresebewert h/μ^2 und den Wert h/μ in cm/kA an.

¹ Die hier abgeleiteten Beziehungen stehen etwa in einer Linie mit dem bekannten, sehr groben Zusammenhang zwischen Anfangspermeabilität μ , Sättigungsinduktion B_s und Koerzitivkraft H_c :

$$\mu \sim \frac{B_s}{H_c}.$$

Diese Gleichung ist identisch mit der Gleichung (15).

Stoffprobe	Anfangspermeab. μ	h/μ^2 in cm/kA	h/μ in cm/kA
1	1200...1600	$3 \dots 6 \cdot 10^{-3}$	$4 \dots 9$
2	1000...1300	$3 \dots 6 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \dots 7$
3	800...1000	$5 \dots 10 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \dots 9$
4	450	$\approx 15 \cdot 10^{-3}$	≈ 7
5	70	$\approx 70 \cdot 10^{-3}$	≈ 5
6	30	$\approx 130 \cdot 10^{-3}$	≈ 4

Permeabilität des niederpermeablen Stoffes Nr. 6 50mal geringer als die des höchstpermeablen Ferrits Nr. 1; dafür ist der relative Hysteresebewert h/μ^2 von Nr. 6 auch rund 50mal größer als der von Nr. 1. Der Wert h/μ schwankt bei allen diesen Ferriten nur um etwa einen Faktor 3 (von 3,5 bis 9 cm/kA), also erheblich weniger als h/μ^2 . Das entspricht qualitativ den oben abgeleiteten Beziehungen. Eine genauere Prüfung unter Berücksichtigung der Sättigungsmagnetisierung lohnt bei der hier vorliegenden Streuung der Meßwerte nicht, da sich die Sättigungsmagnetisierungen der untersuchten Ferrite voneinander nur höchstens um einen Faktor 1,5 unterscheiden.

Während der relative Hysteresebewert h/μ^2 ein sinnvolles *technische* Maß für die Hysteresearmut eines magnetischen Werkstoffs darstellt, ist h/μ ein natürliches *physikalisches* Maß für die Hysterese bei gegebener Koerzitivkraft und gegebener Sättigungsmagnetisierung.

Man muß sich darüber klar sein, daß die Beziehungen im wesentlichen nur eine „Richtung“ angeben können, weil Stoffe gleicher oder verschiedener Zusammensetzung auch dann noch erheblich verschiedene Permeabilität und Hysterese haben können, wenn ihre Sättigungsmagnetisierung und Koerzitivkraft gleich sind. Die dabei mögliche Streuung dürfte noch größer sein als der oben gefundene Faktor 3; die obigen Beziehungen können daher überhaupt nur geprüft werden, wenn man ein hinreichend breites Spektrum bezüglich der Koerzitivkraft oder der Permeabilität von etwa 1 bis 2 Zehnerpotenzen be-

trachtet. Wahrscheinlich erhält man eine geringere Streuung, wenn man die Beziehung zwischen h/μ und μ (oder zwischen h/μ^2 und μ) prüft, als wenn man den Faktor a aus der Koerzitivkraft entnimmt. Denn auch bei konstanter Koerzitivkraft und Sättigungsmagnetisierung wird h/μ^2 umso geringer sein, je größer μ ist.

Die angegebenen Beziehungen enthalten allgemeine Richtlinien für die Erzielung geringer bezogener Hysteresebewerte. Aussichten auf möglichst kleines h/μ^2 bieten möglichst hochpermeable Stoffe und unter diesen noch solche mit möglichst hoher Sättigungsmagnetisierung.

Zusammenfassung.

Aus der sehr vereinfachten Annahme, daß die ungescherten Magnetisierungskurven verschiedener Stoffe in erster Näherung durch Proportionalverzerrung in horizontaler Richtung (veränderte Koerzitivkraft) und vertikaler Richtung (veränderte Sättigungsinduktion) auseinander hervorgehen, ergibt sich eine einfache Beziehung zwischen dem JORDANschen Hysteresebewert und der Anfangspermeabilität; der Hysteresebewert sollte proportional der Anfangspermeabilität und umgekehrt proportional der Sättigungsinduktion sein. Eine Meßreihe an Nickel-Zink-Ferriten mit Anfangspermeabilitäten von 30 bis 1500 zeigt, daß die Hysteresebewerte dieser verschiedenen Proben um einen Faktor 50 voneinander abweichen, während der Quotient aus Hysteresebewert und Anfangspermeabilität nur um einen Faktor 3 schwankt, im Sinne der obigen Aussage.

Literatur. [1] JORDAN, H.: ENT 1, 7 (1924); Z. Techn. Phys. 11, 2 (1930). — [2] FELDTKELLER, R.: Spulen und Übertrager mit Eisenblechkernen. 2. Aufl. Teil I. Stuttgart 1949. — [3] LORD RAYLEIGH: Phil. Mag. 23, 225 (1887). [4] Siehe z. B. KORNETZKI, M.: ENT 20, 10 (1943).

Dr. MAX KORNETZKI,
Zentrallaboratorium der Siemens & Halske AG.,
Karlsruhe.

Schraubenförmige Meßleitung für Mikrowellen.

Von F. TISCHER, Stockholm.

Mit 7 Textabbildungen.

(Eingegangen am 23. Mai 1952.)

1. Einleitung.

Auf dem Gebiet der Mikrowellen dürfte die Meßleitung infolge ihrer vielseitigen Anwendungsmöglichkeiten eines der am häufigsten angewendeten Meßgeräte sein. Es ist ein Nachteil, daß sie in dem niederfrequenten Bereich der Mikrowellen, bei etwa 500 MHz, relativ lang wird. Vom Verfasser wurde der Versuch unternommen, eine Meßleitung mit reduzierter Wellengeschwindigkeit herzustellen, um die Länge der Meßstrecke und damit die Größe des gesamten Meßgerätes herabzusetzen.

Vorversuche mit einer um einen metallischen Kern schraubenförmig aufgewickelten unsymmetrischen Leitung mit dem Wellenwiderstand $Z_0 = 50$ Ohm ergaben, daß die Schwankungen des Wellenwiderstandes längs des Leitungselementes und die

Schwankungen der Wellengeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Frequenz relativ klein sind, so

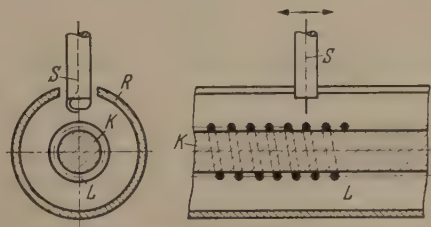


Abb. 1. Schraubenförmige Versuchsleitung.

daß eine Lösung des Problems auf diese Art möglich ist. Abb. 1 zeigt schematisch den Quer- und Längsschnitt der Versuchsleitung, die aus einem metallischen Kern K, einer Schicht aus hochwertigem

Isolierstoff und der schraubenförmig aufgewickelten Leitung L besteht. Das Leitungselement ist mit einem geschlitzten Metallrohr R umgeben, in dessen Schlitz die Sonde S in der Längsrichtung verschoben werden kann. Die Sonde ist rein induktiv, und ihre Schlingenfläche steht senkrecht zur Längsachse [1]. Diese Anordnung ermöglicht eine Trennung der verschiedenen Wellentypen, die in der Umgebung des Leitungs-

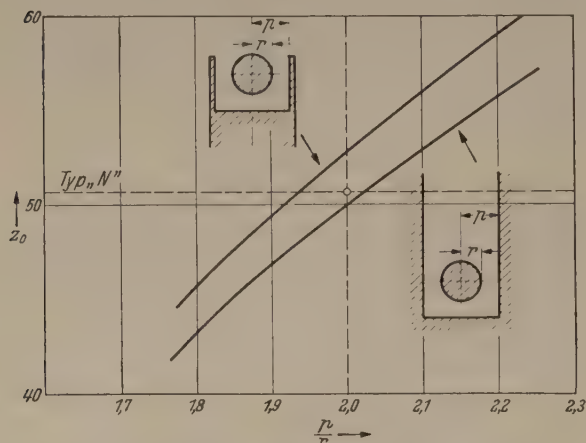


Abb. 2. Wellenwiderstände Z_0 der Grenzquerschnitte als Funktion der Querschnittsmaße p/r .

elementes auftreten, so daß nur die richtige, verzögerte Welle eine Sondenspannung ergibt.

Um die Schwankungen des Wellenwiderstandes und die Dämpfung der Leitung herabzusetzen, und aus praktisch-konstruktiven Gründen, wurde bei der endgültigen Ausführung für die aufgewickelte Leitung der sich aus dem Axialschnitt des Leitungselementes nach Abb. 3 ergebende Querschnitt gewählt. Hierbei verläuft die Leitung in einer

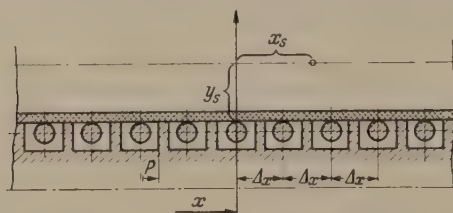


Abb. 3. Struktur des Axialschnittes des Leitungselementes.

rechteckigen, schraubenförmigen Nut des Kerns. Sie wird mit Hilfe eines Isolierstoffrohres in ihrer Lage gehalten.

Im Zusammenhang mit der Anwendung dieses speziellen Leitungsquerschnittes mußte der Wellenwiderstand als Funktion der Querschnittsmaße abgeleitet werden, um Dimensionierungsrichtlinien zu erhalten. Die Ableitung wird im Folgenden nur andeutungsweise behandelt.

Besonders wichtig ist die Wellenausbreitung in der näheren Umgebung des schraubenförmigen Leitungselementes, da sie die Anwendungsmöglichkeit der Schraubenleitung als Meßleitung bestimmt. Die diesbezügliche Untersuchung muß exakter als im Zusammenhang mit der sonst üblichen Theorie der Helix-Leitungen [2] durchgeführt werden, denn gerade die Punkte, die bei jener Theorie vorausgesetzt oder vernachlässigt werden, sind hier von besonderem Interesse.

2. Bestimmung des Wellenwiderstandes der Leitung

Bei der Berechnung des Wellenwiderstandes Abhängigkeit von den Querschnittsdimensionen wird der Einfluß der Isolierstoffhülse vernachlässigt und die Annahme getroffen, daß das Feldbild der Schraubenleitung demjenigen der abgewickelten, geraden Leitung mit ebenen Wellen angenähert gleich ist. Als Grund dieser Annahme kann das Feldbild mit Hilfe von konformer Abbildung in das homogene Feldbild einer Bandleitung transformiert werden. Für die direkte Transformation des Leitungsquerschnittes in denjenigen einer Bandleitung ergeben sich schwierig lösbare elliptische Integrale. Wir können jedoch einen anderen Weg gehen und zwei Grenzquerschnitte annehmen, wie sie in Abb. 2 dargestellt sind. Der Wert des Wellenwiderstandes für den Querschnitt unserer Leitung ist ein Mittelwert zwischen demjenigen der Grenzquerschnitte. Wir erhalten gleichzeitig einen Begriff über den Einfluß der Form des Feldbildes außerhalb der Nut auf den Wellenwiderstand und können bei der Wahl des endgültigen Wertes den Einfluß der Isolierstoffhülse und der Krümmung der Leitung berücksichtigen.

Für den Zusammenhang zwischen Wellenwiderstand und den Dimensionen der beiden Grenzquerschnitte ergeben sich die in Abb. 2 gezeigten Kurven. Die Wellenwiderstandswerte weichen um etwa $\pm 3\%$ von einem Mittelwert ab. Der Einfluß der Form des Feldbildes außerhalb der Nut ist somit relativ gering. Die praktisch ausgeführte Meßleitung hat einen Wellenwiderstand von $Z_0 = 50$ Ohm, entsprechend der amerikanischen Typ „N“-Leitung. Für das Querschnittsverhältnis p/r wurde unter Berücksichtigung der anderen Faktoren der Wert 2 gewählt. Die experimentelle Messung des Wellenwiderstandes nach Fertigstellung des Leitungselementes bestätigte diesen Wert.

3. Wellenausbreitung in der Umgebung des schraubenförmigen Leitungselementes.

Bei einer üblichen geraden Meßleitung wird mit Hilfe einer Sonde die elektrische oder magnetische Feldstärke direkt als Funktion der Lage in Richtung der Wellenfortpflanzung gemessen, und aus dem Meßergebnis die Amplituden der beiden sich in entgegengesetzter Richtung fortpflanzenden Wellen bestimmt. Bei der schraubenförmigen Leitung ist dies nicht möglich. Hier pflanzen sich die Wellen in Richtung des Umfanges der Schraube fort, während die Feldstärke als Funktion der Lage in Richtung der Schraubenachse gemessen wird. Es ergibt sich somit folgende grundsätzliche Frage: Können aus der Feldstärkeverteilung in Richtung der Schraubenachse die Amplituden der beiden längs der Leitung in der schraubenförmigen Nut entlanglaufenden Wellen bestimmt werden? Bei der Beantwortung dieser Frage ist es notwendig, die Wellentypen zu kennen, die in der Umgebung des Leitungselementes auftreten, wenn eine einzige Welle in Richtung des Umfanges der Schraube an der Leitung in der Nut entlangläuft.

Die diesbezügliche Untersuchung wird sehr vereinfacht, wenn wir die Anwendung einer rein induktiven Sonde mit der Schlingenfläche senkrecht zur Schraubenachse voraussetzen. Diese Sonde trennt teilweise die verschiedenen Wellentypen. Einige unerwünschte Wellenformen ergeben keine

ndensspannung und können unberücksichtigt ge- und sen werden.

Wir betrachten zunächst einen Axialschnitt der schraubenleitung, wie er in Abb. 3 gezeigt ist. In-ge der Ganghöhe Δx der Schrauben hat er eine periodische Struktur. Die Querschnitte der in der rechteckigen Nut verlaufenden Leitung folgen hinter-ander mit der Teilung oder Periodenlänge Δx . Die Sonde liegt im Abstand y_s von dem Leitungselement und kann in der Längsrichtung verschoben werden, wobei die Lage durch x_s gegeben ist. Die Lage der Bezugsebene $x_s = 0$ ist durch den Abstand x am Anfang des Leitungselementes bestimmt.

Ohne uns auf eine bestimmte Komponente der beiden Feldstärken im Punkte y_s, x_s als Ursache der Sonden-spannung festzulegen, nehmen wir zunächst eine komplexer Darstellung an, daß die von einer Win-ung herrührende Amplitude der Sonden-spannung als Funktion von y_s und x_s bekannt ist und den Wert $U_s = f(y_s, x_s)$ hat. Die gesamte Sonden-spannung ist die Summe der von den verschiedenen mit den in-ffern n bezeichneten Querschnitten herrührenden Teilspannungen ΔU_{sn} , die eine zusätzliche Phasen-ifferenz haben. Diese entspricht der Phasen-ifferenz der Ströme durch die verschiedenen Quer-schnittsebenen resp. der Spannungen in den Quer-schnittsebenen. Wir nehmen zu diesem Zwecke eine Phasenkonstante α in der x -Richtung an und er-alten vereinfacht für ΔU_{sn} :

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_{sn} &= f(x - n \Delta x) e^{-i \alpha n \Delta x} \\ &= e^{-i \alpha x} f(x - n \Delta x) e^{i \alpha (x - n \Delta x)}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Die Vereinfachung betrifft die Wahl von x als Va-riable und Fortlassung von y_s als Parameter. Die Gesamtspannung U_s ergibt sich dann zu

$$U_s = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Delta U_{sn} = e^{-i \alpha x} F(x), \quad \dots \quad (2)$$

$$F(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(x - n \Delta x) e^{i \alpha (x - n \Delta x)}. \quad \dots \quad (3)$$

Den an den Enden des Leitungselementes auftreten-ten Randeffekt können wir als für vorliegenden An-wendungszweck bedeutungslos ansehen und nehmen ein unendlich langes Leitungselement an.

$F(x)$ ist mit der Teilung Δx periodisch und kann durch eine FOURIER-Reihe dargestellt werden:

$$F(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m \cdot e^{i \cdot \frac{2\pi}{\Delta x} \cdot m x} \quad \dots \quad (4)$$

Die Konstante C_m ist aus der Funktion $F(x)$ erhält-lich.

$$C_m = \frac{1}{\Delta x} \cdot \int_0^{\Delta x} F(x) \cdot e^{-i \cdot \frac{2\pi}{\Delta x} \cdot m x} \cdot dx. \quad (5)$$

$F(x)$ können wir durch die Reihe nach (3) ersetzen und die hierbei auftretenden Integrale wie folgt transformieren:

$$\begin{aligned} &\int_0^{\Delta x} f(x - \Delta x) \cdot e^{i \alpha (x - \Delta x)} \cdot e^{-i \frac{2\pi}{\Delta x} m x} \cdot dx \\ &= \int_{-\Delta x}^0 f(x) \cdot e^{i \alpha x} \cdot e^{-i \frac{2\pi}{\Delta x} m x} \cdot dx, \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} &\int_0^{\Delta x} f(x + \Delta x) \cdot e^{i \alpha (x + \Delta x)} \cdot e^{-i \frac{2\pi}{\Delta x} m x} \cdot dx \\ &= \int_{\Delta x}^{2\Delta x} f(x) \cdot e^{i \alpha x} \cdot e^{-i \frac{2\pi}{\Delta x} m x} \cdot dx. \end{aligned}$$

Nach Ausführung aller Substitutionen erhalten wir für die Konstanten C_m folgende FOURIER-Integrale:

$$C_m = \frac{1}{\Delta x} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot e^{i \alpha x} \cdot e^{-i \frac{2\pi}{\Delta x} m x} \cdot dx. \quad (6)$$

In der Folge ergibt sich für die gesamte Sonden-spannung U_s oder die noch nicht festgelegte Kom-ponente der Feldstärke:

$$U_s = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m \cdot e^{-i \left(\alpha - m \frac{2\pi}{\Delta x} \right) x}. \quad (7)$$

Das Resultat, ausgedrückt durch (7) und (6) ist z. T. überraschend. Wir können es so deuten, daß eine unendlich große Zahl von Wellen mit verschiedener Wellengeschwindigkeit in der Axialrichtung der Schraube in beide Richtungen laufen, obwohl auf der eigentlichen aufgewickelten Leitung die Welle nur in einer Richtung fortschreitet. Da in einer Meßleitung Wellen in beiden Richtungen vorhanden sind, können die von diesen herrührenden Wellentypen, die mit ungefähr gleicher Wellengeschwindigkeit in dieselbe Richtung laufen, zu unerwünschten Interferenzen führen und die Anwendungsmöglichkeit als Meß-leitung in Frage stellen.

Um zu einer anderen Deutungsmöglichkeit zu ge-langen, nehmen wir die mit m und $-m$ bezeichneten Wellen zusammen. Wir erhalten so eine einzige mit einer reduzierten Wellengeschwindigkeit, die der Phasenkonstanten α entspricht, in nur eine Richtung fortschreitende Welle. Ihre Amplitude und Phase schwankt periodisch entsprechend der periodischen Struktur des Axialschnittes nach Abb. 3. Ent-sprechend dieser Deutungsmöglichkeit, die besser mit der ursprünglichen Fragestellung übereinstimmt, hat das Resultat die in (8) gezeigte Form.

$$\begin{aligned} U_s &= U_{s0} \cdot e^{-i \alpha x} \\ &\times \left[1 + a_1 \cdot \cos \frac{2\pi}{\Delta x} x + a_2 \cdot \cos \frac{2\pi}{\Delta x} 2x + \dots \right. \\ &\quad \left. + i \left(b_1 \cdot \sin \frac{2\pi}{\Delta x} x + b_2 \cdot \sin \frac{2\pi}{\Delta x} 2x + \dots \right) \right]. \quad (8) \\ a_m &= \frac{C_m + C_{-m}}{C_0}; \quad b_m = \frac{C_m - C_{-m}}{C_0}. \end{aligned}$$

a_m sind die Amplituden der Amplitudenschwankungen und b_m diejenigen der Phasenschwankungen. Die Periodenlängen der Schwankungen sind der Teilung resp. Steigung Δx oder Bruchteilen davon gleich.

Wenn wir weiter die Lage in einer anderen Axialebene berücksichtigen wollen, müssen wir den Winkel φ in Richtung des Umfanges der Spirale ein-führen. Die Phase der komplexen Amplitude U_s ist in diesem Falle auch von φ abhängig, und wir müssen x durch $x + (\Delta x/2\pi) \cdot \varphi$ ersetzen. Wenn wir gleich-zeitig α als umgekehrt proportional einer reduzierten, für das Leitungselement charakteristischen Wellen-

länge λ_x annehmen, erhalten wir für U_s :

$$U_s = U_{s0} \cdot e^{-i\left(\frac{2\pi}{\lambda_x}x + \frac{\Delta x}{\lambda_x} \cdot \varphi\right)} \cdot F_1\left(x + \frac{\Delta x}{2\pi} \varphi\right). \quad (9)$$

Mit $F_1(x)$ ist die Reihe nach (8) bezeichnet.

Um die Anwendungsmöglichkeit des Prinzips weiter zu untersuchen, ist es notwendig, die Größen-

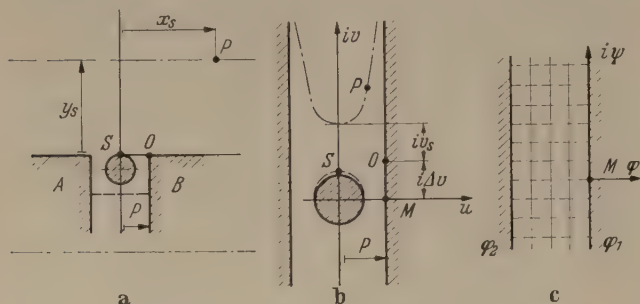


Abb. 4. Konforme Abbildung der einander entsprechenden Leitungsquerschnitte.

ordnung der Schwankungen der Amplitude und Phase der mit reduzierter Wellengeschwindigkeit fortschreitenden Welle, die durch a_m und b_m gegeben sind, festzustellen. Wir benötigen dazu die Werte der Konstanten C_m aus (6) und die Amplitude der Sondenspannung oder der diese hervorruftenden Feldstärke als Funktion der Lage x_s und y_s . Wir beschränken uns hierbei auf die Komponente der magnetischen Feldstärke ΔH_x , die von einer Windung

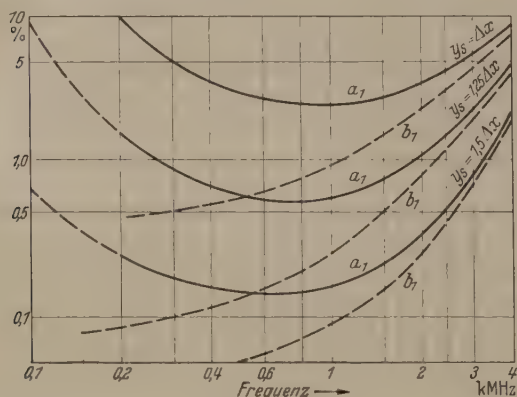


Abb. 5. Schwankungen der Amplitude und Phase der mit reduzierter Wellengeschwindigkeit fortschreitenden Welle.

herrührt und die allein eine Sondenspannung induziert. Bei der Ableitung setzen wir voraus, daß das Feld der Schraubenleitung ungefähr demjenigen der abgewinkelten geraden Leitung mit demselben Querschnitt gleicht. Durch diese Annahme ändern wir den Verlauf von $f(x)$ nicht wesentlich und können als erleichterndes Hilfsmittel konforme Abbildung anwenden. Abb. 4a zeigt den Querschnitt der abgewinkelten Leitung. Das Feldbild ist dasjenige einer ebenen Welle. Es wird unter Abweichung von dem sonst üblichen Weg auf dem Umweg über das Feldbild einer runden Leitung zwischen zwei parallelen Flächen (Abb. 4b) in das homogene Feldbild einer Bandleitung transformiert (Abb. 4c). Weiter wird der Weg der Sonde in der w -Ebene ($w = u + iv$) (Abb. 4b) und die magnetische Feldstärke in der Richtung des Weges bestimmt, wobei sich angenähert

die Funktion

$$\Delta H_x \approx \Delta H_{x \max} \cdot \frac{1 - \frac{\pi}{4} \left(\frac{x_s}{y_s}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{x_s}{y_s}\right)^2\right]} \quad (10)$$

ergibt. Sie kann angenähert durch die Summe zweier Funktionen, deren FOURIER-Integrale bekannt und tabelliert sind, ersetzt werden. Die Näherungsfunktion hat den Wert

$$\Delta H_x \approx \Delta H_{x \max} \cdot \left\{ 3 \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{x_s}{y_s}\right)^2\right]^{3/2}} - \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{x_s}{y_s}\right)^2\right]^{1/2}} \right\}. \quad (11)$$

Die Annäherung könnte durch Wahl einer neuen Variablen x_s/y_s weiter verbessert werden. Dies kann jedoch auch durch die Wahl des Parameters λ_x ($=$ Abstand der Sonde von der Schraube) berücksichtigt werden.

Wir gehen jetzt auf (6) zurück, führen x_s/y_s als Variable ein und erhalten als Resultate der FOURIER-Integrale HANKELsche Funktionen für imaginäres Argument:

$$C_m = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{y_s}{\Delta x} \cdot \left\{ \begin{aligned} & -3 \cdot H_1^{(1)}(ip) \cdot p \\ & -i \cdot H_0^{(1)}(ip) \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

$$p = 2\pi \left(\frac{m y_s}{\Delta x} - \frac{y_s}{\lambda_x} \right).$$

Um einen Überblick über die Größenordnung der Konstanten C_m und der Schwankungen der Amplitude und Phase der mit reduzierter Wellengeschwindigkeit scheinbar an dem Leitungselement entlanglaufenden Welle zu erhalten, müssen wir auf ein praktisches Beispiel übergehen und wählen für $y_s/\Delta x$ die Werte 1, 1,25 und 1,5. Wir führen weiterhin einen Wellenreduktionsfaktor λ_x/λ_0 ein. Dieser hat bei dem praktisch ausgeführten Leitungselement den Wert 0,12. Mit diesen Werten können wir die durch die Schraubenstruktur hervorgerufenen Schwankungen berechnen und als Funktion der Frequenz darstellen. Abb. 5 zeigt die Amplitude der Schwankungen der Amplitude (a_1) und Phase (b_1) mit der Teilung Δx als Periodenlänge. Die Schwankungen der Amplitude zeigen ein ausgeprägtes Minimum und liegen etwa zwischen 0,1 und 10% der Amplitude der mit reduzierter Wellengeschwindigkeit fortschreitenden Welle. Die Phasenschwankungen nehmen erwartungsgemäß mit steigender Frequenz stetig zu. Die Amplituden a_2 und b_2 der Schwankungen mit $\Delta x/2$ als Periodenlänge sind kleiner als 0,1%. Dies können ebenso wie die Schwankungen mit kleineren Bruchteilen von Δx als Periodenlänge vernachlässigt werden.

Die Untersuchung der Feldverteilung in der Umgebung des Leitungselementes zeigt folgendes: Bei nur einer längs der Leitung in der schraubenförmigen Nut entlanglaufenden Welle entsteht eine scheinbar Welle, die mit reduzierter Wellengeschwindigkeit in Richtung der Schraubenachse läuft. Ihre Amplitude und Phase schwanken harmonisch mit der Steigung Δx und Bruchteilen davon als Periodenlänge. Die Schwankungen kann man als von einer unendlich großen Zahl von Wellen, die in beide Längsrichtungen der Schraube laufen, herrührend betrachten. Die Amplitudenschwankungen haben in Abhängigkeit von der Frequenz einen kleinsten Wert

Richtung nach hohen Frequenzen nehmen sie zu, an die reduzierte Wellenlänge in die Größenordnung der Steigung der Schraube kommt. Als Extremfall kann man sich vorstellen, daß $\lambda_x/2 = \Delta x$ wobei die von nebeneinanderliegenden Windungen der Sonde induzierten Spannungen entgegengesetztes Vorzeichen haben. Die Zunahme der Schwankungen in Richtung nach niedrigen Frequenzen kann man sich so erklären, daß die Amplitude der mit reduzierter Wellengeschwindigkeit fortbreitenden Grundwelle relativ im Verhältnis zu den Amplituden der anderen Wellen sinkt, da die Funktion der Sondenspannung, die von einer Windung hervorgerufen wird, auch negative Äste hat, so daß im Grenzfall das FOURIER-Integral — null wird. Die Phasenschwankungen nehmen in Richtung steigender Frequenz stetig zu. Beide Schwankungen werden bei kleiner werdendem Abstand der Sonde von der Schraube erwartungsgemäß größer.

Mit Rücksicht auf das Anwendungsgebiet als Meßleitung ergibt sich für die praktisch ausgeführte Leitung mit der Steigung $\Delta x = 0,25$ cm und dem Reduktionsfaktor $\lambda_x/\lambda_0 = 0,12$ ein optimales Arbeitsgebiet zwischen 250 und 2000 MHz, in welchem die Schwankungen der Amplitude und Phase unter 1% liegen. Der Abstand der Sonde von der Schraube ist in diesem günstigsten Falle $y_s \approx 1,25 \Delta x$.

Meßergebnisse der experimentellen Untersuchung einer schraubenförmigen Meßleitung.

Mit dem in Abb. 3 gezeigten Querschnitt für die schraubenförmig aufgewickelte Leitung wurde ein Leitungselement hergestellt, in das Chassis einer Meßleitung für das 10 cm-Band eingebaut und experimentell als Meßleitung untersucht. Die Länge der Meßstrecke beträgt 14 cm, die einer effektiven Länge von 110 cm entspricht. Die Leitung hat einen Wellenwiderstand $Z_0 = 50 \Omega$ und ist mit sogenannten Typ „N“-Steckern ausgerüstet. Besonderer Wert wurde auf die mechanische Genauigkeit und Gleichmäßigkeit der Nut und der Schraube und auf die elektrische Genauigkeit resp. Reflexionsfreiheit der Übergänge zwischen Schrauben- und Koaxialleitung an den Enden gelegt.

Die Messung der Leitungseigenschaften und die Bestimmung des Fehlers bei Anwendung als Meßleitung wurde hauptsächlich entsprechend den üblichen Prüfungsmethoden für Meßleitungen [3] ausgeführt.

Meßergebnisse.

a) Dämpfung.

Der Mittelwert der Leitungsdämpfung ist $\approx 0,003$ Np/ λ_x entsprechend einer Abnahme der Amplitude von 0,3% per reduzierte Wellenlänge. Dieser Wert ist genügend niedrig und kann bei der Messung der stehenden Wellen oder Impedanzmessung in den meisten Fällen vernachlässigt werden.

b) Schwankungen der mittleren Wellengeschwindigkeit.

Infolge mechanischer Unregelmäßigkeiten längs der aufgewickelten Leitung entstehen Schwankungen der Leitungskonstanten, die ihrerseits Schwankungen der Wellengeschwindigkeit verursachen. Ein Maß für diese sind die Schwankungen

des Abstandes zweier nebeneinander liegender Spannungs- oder Stromknoten ($\lambda_x/2$), wenn man deren Lage mit Hilfe einer Leitung mit verschiebbarem Kurzschluß kontinuierlich über die gesamte Meßstrecke verschiebt. Die entsprechend dieser Methode

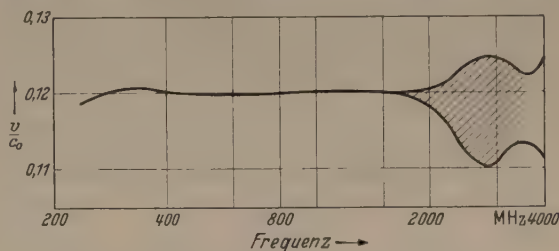


Abb. 6. Reduktionsfaktor der Wellengeschwindigkeit.

gemessenen Schwankungen der mittleren Wellengeschwindigkeit betragen $\sim 0,5\%$, so daß

$$\lambda_x/\lambda_0 = 0,12 \pm 0,0006$$

ist.

In Abhängigkeit von der Frequenz hat der Reduktionsfaktor der Wellengeschwindigkeit den in Abb. 6 gezeigten Verlauf. Daraus geht hervor, daß die Wellengeschwindigkeit bis 2000 MHz konstant ist. Bei höheren Frequenzen machen sich die in-

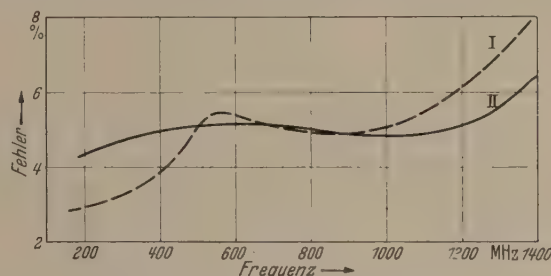


Abb. 7. Fehler der Meßleitung. I. Diskontinuitätsfehler; II. Fehler, herrührend von Sonde, Störspannungen und inneren Unregelmäßigkeiten des Leitungselementes.

folge der periodischen Struktur auftretenden Phasenschwankungen bemerkbar und bestätigen das in Abschnitt 3 abgeleitete Resultat. Gleichzeitig sinkt die mittlere Wellengeschwindigkeit infolge der Kopplung zwischen den nebeneinander liegenden Windungen der Schraube.

c) Meßleitungsfehler.

Als ein Maß für die Güte der Meßleitung wird der Quotient aus Spannungsmaximum dividiert durch Spannungsminimum, gemessen über die gesamte Meßstrecke unter Berücksichtigung aller periodischer und nichtperiodischer Spannungsschwankungen, betrachtet, wenn die Meßleitung mit einem Leitungs- resp. Impedanznormal abgeschlossen ist. Dieses Normal muß dem Leitungstyp entsprechen, für welchen die Meßleitung vorgesehen ist, in vorliegendem Fall dem Impedanznormal für die Typ „N“-Koaxialleitung.

Den die Güte beeinträchtigenden Fehler kann man sich aus zwei Teilen zusammengesetzt vorstellen: Ein Teil ist ein Ausdruck dafür, daß die Spannungs- oder Stromverteilung auf der Meßstrecke nicht dem angeschlossenen Meßobjekt entspricht, der andere Teil dafür, daß die Sondenspannung in Abhängigkeit von der Lage der Sonde nicht der Spannungs- oder Stromverteilung proportional ist. Bei den üblichen

geraden Meßleitungen rührt der erste Teil, auch Diskontinuitätsfehler genannt, von den Diskontinuitäten zwischen Meßstrecke und Meßobjekt, z. B. konischen Übergängen, Stützen, Steckern usw. her. Er kann mit Hilfe der Knotenverschiebungsmethode [4] sehr genau und einfach gemessen werden. Bei der schraubenförmigen Leitung wird die Meßgenauigkeit dieser Methode durch die Schwankungen der Wellengeschwindigkeit auf der Leitung beeinträchtigt, doch kann durch Messung der Knotenverschiebung über die gesamte Meßstrecke und Mittelwertbildung dieser Fehler mit genügender Genauigkeit bestimmt werden. Er hat die in Abb. 7, Kurve I gezeigte Frequenzabhängigkeit. In vorliegendem Fall geht in den ersten Teil des Fehlers auch ein Anteil ein, der von Unregelmäßigkeiten der Leitungskonstanten und inneren Reflexionen längs der Meßstrecke herrührt. Dieser Teil kann gemeinsam mit dem oben an zweiter Stelle genannten Fehleranteil, dem Sondenfehler, so gemessen werden, daß man die Meßleitung mit einer variablen Impedanz abschließt und einen solchen Wert einstellt, daß die restlichen Schwankungen der Sondenspannung bei Verschiebung der Sonde so klein als möglich und unperiodisch sind. Die Differenz zwischen relativem Spannungsmaximum und -minimum ist ein Maß für diesen Fehleranteil. Abb. 7, Kurve II zeigt die maximalen unperiodischen Spannungsschwankungen als Funktion der Frequenz

$$(U_{s\max} - U_{s\min})/U_{s\text{mittel}}.$$

Die Summe der beiden Fehleranteile der Kurven I u. II in Abb. 7 ergibt den maximalen Fehler entsprechend der einleitend genannten Definition. Dieser hat bei der untersuchten Leitung folgende Werte:

$$F_{\max} < \pm 10\% \text{ bei } f < 1500 \text{ MHz,}$$

$$F_{\max} < \pm 6\% \text{ bei } f < 500 \text{ MHz.}$$

Vergleichsweise kann angedeutet werden, daß der entsprechende, gemessene Fehler einer mittel-

guten geraden Meßleitung mit kapazitiver Sonde $\sim \pm 8\%$ bei Frequenzen unter 1000 MHz betrug.

Zusammenfassung.

Vorliegende Untersuchung zeigt, daß die Länge der Meßstrecke einer Meßleitung für Impedanzmessungen usw. bei Anwendung eines schraubenförmigen Leitungselementes auf einen kleinen Bruchteil der üblichen Länge herabgesetzt werden kann.

In der Umgebung des Leitungselementes schreitet eine scheinbare Welle mit reduzierter Wellengeschwindigkeit in Axialrichtung der Schraube fort, wenn eine Welle an der Schraubenleitung entlangläuft. Mit Hilfe einer rein induktiven Sonde, die in Richtung der Schraubenachse verschiebbar angeordnet ist, kann die Stromverteilung auf der Schraubenleitung direkt gemessen werden.

Infolge der Schraubenstruktur schwankt die Amplitude und Phase der Welle mit reduzierter Wellengeschwindigkeit und damit auch der Sondenspannung. Bei geeigneter Wahl der Parameter, wie Abstand der Sonde von der Schraubenleitung, Stellung der Schraube, Reduktionsfaktor der Wellengeschwindigkeit und Frequenz, können diese Schwankungen relativ niedrig (unter 1%) gehalten werden.

Die Messungen an einer praktisch ausgeführten Leitung zeigen, daß die Dämpfung und inneren Unregelmäßigkeiten bei geeigneter Wahl der Querschnittsform der aufgewickelten Leitung relativ gering sind, so daß ein schraubenförmiges Leitungselement als Meßleitung anwendbar ist. Die in dieser Falle erzielte Meßgenauigkeit entspricht derjenigen einer mittelguten geraden Meßleitung.

Literatur. [1] TISCHER, F.: Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar, Stockholm 45, (1951); A. E. Ü. 6, 125 (1952). — [2] PIERCE, J. R.: Travelling-Wave Tubes. Chapter III The Helix, Bell Syst. Techn. Journ. 24, 20 (1950). — [3] TISCHER, F.: Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar, Stockholm 36 (1950); A. E. Ü. 6, 127 (1952). — [4] MEINKE, H.: HF. techn. El. Ak. 61, 145 (1943).

Dr. FRIEDRICH TISCHER,
Runebergsgatan 6, Stockholm/Schweden.

Berichte.

Der Antiferromagnetismus.

Von ROBERT OCHSENFELD, Braunschweig.

Mit 21 Textabbildungen.

(Eingegangen am 5. Mai 1952.)

1. Einführung.

Das Verhalten der paramagnetischen Stoffe sowie das der ferromagnetischen oberhalb des CURIE-Punktes wird durch das CURIE- bzw. CURIE-WEISSsche Gesetz

$$\chi = \frac{C}{T} \quad (1a)$$

und

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (1b)$$

wiedergegeben.

Im $1/\chi - T$ -Diagramm stellen die Gl. (1a) und (1b) Gerade dar. Unter der Voraussetzung, daß sich die Elementarmagnete, die mit den Atomen mit

einem Moment p gleichgesetzt werden, nicht gegenseitig beeinträchtigen und der BOLTZMANNschen Verteilungsfunktion gehorchen, konnte LANGEVIN für den paramagnetischen Fall das CURIE-Gesetz ableiten. Für die Magnetisierung findet LANGEVIN den Ausdruck

$$I = I_\infty \cdot L(\alpha) \quad (2a)$$

$$L(\alpha) = \text{ctgh } \alpha - \frac{1}{\alpha}; \quad (2b)$$

$$\alpha = \frac{p \cdot H}{kT},$$

der in erster Annäherung das CURIESche Gesetz ergibt.

Der grundlegende und fruchtbare Gedanke der Weiss'schen Theorie des Ferromagnetismus liegt in der Einführung eines molekularen Magnetfeldes, das zusammen mit dem äußeren Feld als effektives Magnetfeld die magnetischen Vorgänge bestimmt. Das molekulare Feld setzt P. WEISS gleich $W \cdot I$, wobei W temperaturunabhängiger Faktor ist. Durch Einsetzen des effektiven Magnetfeldes $H_{eff} = H + WI$ in das Argument α der LANGEVIN-Funktion wird

$$\alpha = \frac{p(H + WI)}{kT} \quad (3)$$

(2) liefert dann für $\alpha \ll 1$ d. h. bei genügend hoher Temperatur in der Nachbarschaft des CURIE-Punktes, wenn $L(\alpha) \sim 1/3 \alpha$ gesetzt werden kann, das CURIE-WEISSsche Gesetz (1 b) mit

$$T_c = \frac{p \cdot I_\infty \cdot W}{3k} \quad (4)$$

Die Magnetisierung I für gegebene Werte von H und T läßt sich nach WEISS auf einfache Weise graphisch ermitteln, wenn I/I_∞ aus den Gl. (2 b) und (3) als Abhängigkeit von α aufgetragen wird. Der Schnittpunkt der Geraden mit der LANGEVIN'schen Kurve liefert die jeweilige relative Magnetisierung an (Abb. 1). Eine Veränderung von T entspricht einer Drehung der Geraden um A , während eine Veränderung von H eine Parallelverschiebung bedingt. Bei einem äußeren Feld $H = 0$ wird die Gerade bei einem bestimmten Winkel ϑ zur Tangente. Dadurch ist die CURIE-Temperatur $T_c = \frac{p H \cdot I_\infty}{k} \cdot \operatorname{tg} \vartheta$ festgelegt,

der den ferromagnetischen vom paramagnetischen Zustand trennt.

Über die Natur des inneren molekularen Feldes konnte die WEISSsche Theorie keine Auskunft geben. Der phänomenologische Ansatz, der durch den Erfolg der Theorie gerechtfertigt war, bekam erst durch E. HEISENBERG seine Deutung, der das ad hoc eingeführte innere Feld durch Austauschkräfte der Atome erklären konnte. Sind die Austauschkräfte positiv, so ist der energetisch stabilste Zustand dann erreicht, wenn die Elementarmagnete parallel ausgerichtet sind, so daß unter dem Einfluß der Austauschenergie eine spontane Sättigungsmagnetisierung besteht. Sie tritt nach außen hin nicht in Erscheinung, weil die kleinen, magnetisch gesättigten Bereiche statistisch ungeordnet sind und im Außenfeld Null kein resultierendes Moment haben. DIRAC [1] konnte zeigen, daß die Austauschenergie einem Potential

$$V = -A_{ij} \left(\frac{1}{2} - \sum_i S_i \sum_j S_j \right) \quad (5)$$

äquivalent ist und das effektive Feld der WEISSschen Theorie gleich $H + A_{ij} \sum_i S_i \sum_j S_j$ ist. Hierin sind S_i, j der Drehimpuls eines Atoms gemessen in Vielfachem von $\hbar/2\pi$ und A_{ij} das HEISENBERG'sche Austauschintegral. Die Summen sind über alle Atome zu bilden. Da aber die Wechselwirkungskräfte mit der Entfernung sehr schnell abnehmen, ist es gerechtfertigt, nur die Wechselwirkungen zwischen benachbarten oder nahe liegenden Atomen zu berücksichtigen, wodurch das Problem wesentlich vereinfacht und erst lösbar wird. Ist die Anzahl der benachbarten Atome z , die alle äquivalent und äquidistant sein sollen, so ist

auf ein Atom mit dem Index j die Wechselwirkung gleich $+A_{ij} S_j \sum_{i=1}^z S_i$. Da aber

$$S_i = \frac{p_i}{g \mu_B} \text{ ist,}$$

(g = LANDÉ-Konstante, μ_B = BOHR'sches Magneton, p = Magn. Moment eines Atoms), so wird

$$A_{ij} S_j \sum_{i=1}^z S_i = A_{ij} p_j p_i \frac{z}{g^2 \mu_B^2} = \frac{D}{N} p_i I = W I; \quad (6)$$

N = Anzahl der Einheitsmagneten pro Volumeneinheit.

Damit hat der WEISSsche Ansatz durch die quantenmechanische Deutung des inneren molekularen Feldes eine glänzende Rechtfertigung erfahren.

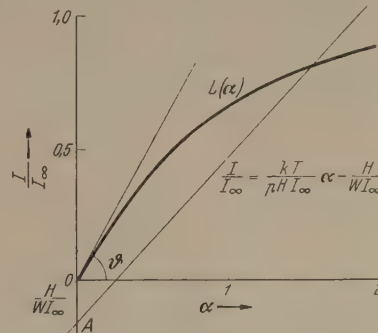


Abb. 1. Graphische Bestimmung der Magnetisierung nach P. WEISS.

Die Ferromagnetika sind durch ein positives Austauschintegral ausgezeichnet, wobei jedoch diese Bedingung nicht in allen Fällen hinreichend ist. Die Frage, was physikalisch zu erwarten ist, wenn das Austauschintegral negativ wird, führt zu jener Erscheinungsform, die uns im folgenden mehr beschäftigen soll und die von L. NÉEL [2] mit dem Wort Antiferromagnetismus bezeichnet worden ist.

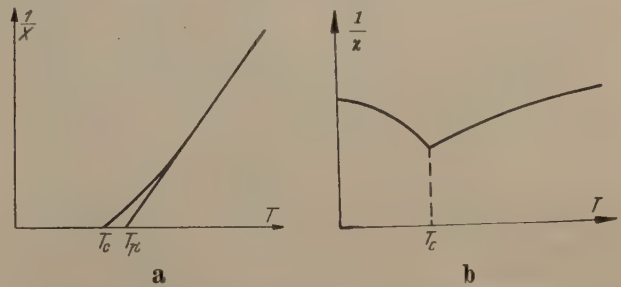


Abb. 2. Schematischer Verlauf der reziproken Suszeptibilität einer ferromagnetischen (Abb. 2a) und einer antiferromagnetischen Substanz (Abb. 2b) als Funktion der Temperatur.

2. Experimentelle Ergebnisse.

Oberhalb des CURIE-Punktes zeigen die Ferromagnetika ein Verhalten, wie es angenähert vom CURIE-WEISSschen Gesetz gefordert wird. Die $1/\chi$ - T -Kurve ist zwar keine genaue Gerade, sie ist im unteren Teil leicht zur T -Achse durchgebogen und wird erst bei höheren Temperaturen geradlinig. Der Übergang vom ferromagnetischen zum paramagnetischen Zustand und umgekehrt ist in einem Temperaturbereich, der bei allen Ferromagnetika von der gleichen Größenordnung ist, verschmiert. Es ist dies der Bereich der Keimbildung ferromagnetischer Bezirke. Der Schnittpunkt der $1/\chi$ -Kurve mit der

T -Achse ist der ferromagnetische CURIE-Punkt T_c , der der Verlängerung des geradlinigen Teiles mit der T -Achse der paramagnetische CURIE-Punkt T_p (Abb. 2a).

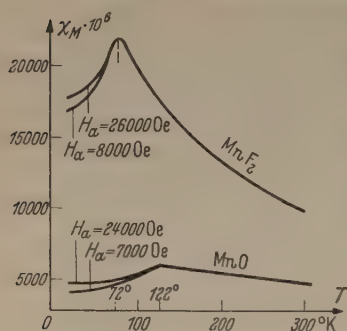


Abb. 3. Die χ - T -Kurven von MnF_2 und MnO nach H. BIZETTE [13].

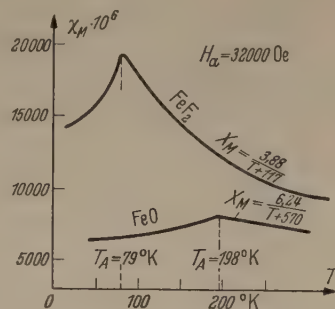


Abb. 4. Die χ - T -Kurven von FeF_2 und FeO nach H. BIZETTE u. B. TSAI [4].

Nun zeigt eine geringe Anzahl von Verbindungen der Übergangsmetalle ein Verhalten, das weder ferromagnetisch ist noch dem CURIE-WEISSschen Gesetz entspricht. Von hoher Temperatur kommend geht die

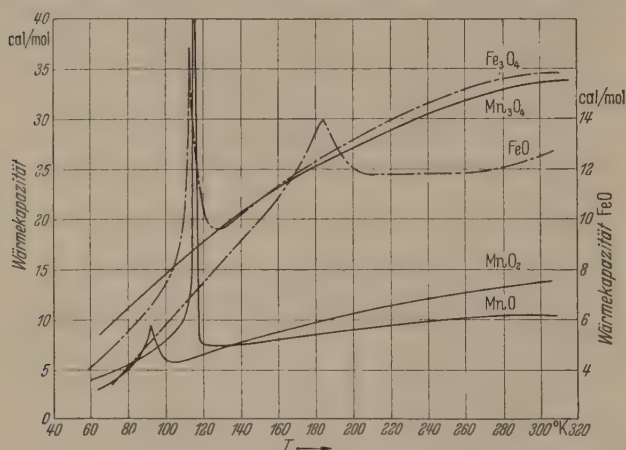


Abb. 5. Spezifische Wärme einiger antiferromagnetischer Substanzen nach R. W. MILLAR [5].

zunächst linear fallende $1/\chi$ - T -Kurve in einen steiler fallenden Teil über, der bei weiterer Temperaturerniedrigung nach einem mehr oder weniger deutlichen Knick in einen steigenden Ast übergeht. Die Temperatur des Knickes bezeichnet man als antiferromagnetischen CURIE-Punkt (Abb. 2b).

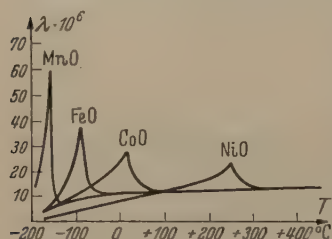


Abb. 6. Ausdehnungskoeffizienten von MnO , FeO , CoO und NiO nach M. FOEX [8].

Es ist auffallend, daß die spezifische Wärme und der Ausdehnungskoeffizient in der Nachbarschaft von T_c eine Anomalie zeigen, wie sie auch bei den Ferromagnetika beim CURIE-Punkt bekannt ist. In den Abbildungen 3, 4, 5 sind die χ - T -Kurven und die Kurven der spezifischen Wärme von MnO , FeO und von einigen anderen Verbindungen dargestellt. Die Suszeptibilitätskurven sind bei sehr hohen Feldern aufgenommen worden. Sie zeigen unterhalb des Knickpunktes eine geringe Feldabhängigkeit. Abb. 6 zeigt die Abhängigkeit der Ausdehnungskoeffizienten von der Temperatur der antiferromagnetischen Oxyde der Übergangsreihe nach M. FOEX [8].

Die Anomalie der spezifischen Wärme und Ausdehnungskoeffizienten in der Nachbarschaft T_c wie auch der Suszeptibilitätsverlauf legen die Vermutung nahe, daß obige Verbindungen eine enge Beziehung zum Ferromagnetismus aufweisen, obwohl eine Magnetisierung im ferromagnetischen Sinne keineswegs vorhanden ist. Unter der Vorstellung, sich bei einer gewissen Temperatur eine spontane Magnetisierung bildet, deren Feld dem äußeren entgegengesetzt gerichtet ist (Antiferromagnetismus) kann der Suszeptibilitätsverlauf qualitativ verstanden werden.

Oberhalb des CURIE-Punktes ist ein Suszeptibilitätsverlauf zu erwarten, wie er von den ferromagnetischen Substanzen im paramagnetischen Gebiet bekannt ist. Mit dem Aufkommen der spontanen Magnetisierung bildet sich ein molekulares Innenfeld, das das äußere Feld abschwächt, und dessen Energiezustand die Antiparallelausrichtung benachbarter Spins bevorzugt. Mit fallender Temperatur wird das innere Feld stärker und stärker, wodurch die einseitige Ausrichtung der Elementarmagnete in ein äußeres Feld erschwert wird. Aus diesem Grund fällt unterhalb des CURIE-Punktes die Suszeptibilität im Gegensatz zu einem Anstieg im ferromagnetischen Fall.

Die Suszeptibilität unterhalb des CURIE-Punktes ist von NÉEL [9], van VLECK [10] und BITTER [11] berechnet worden. Auf sie kann erst später eingegangen werden.

Über dem CURIE-Punkt wird das magnetische Verhalten im wesentlichen von der thermischen Energie bestimmt. Die Suszeptibilität nimmt auch hier mit fallender Temperatur zu, wenn auch der Verlauf oberhalb des CURIE-Punktes, wo noch die Resonanz der spontan magnetisierten Bezirke wirksam sind, nicht genau mit dem der ferromagnetischen Substanzen übereinstimmt.

Nach Auflösung der letzten antiferromagnetischen Bereiche nimmt die Suszeptibilitätskurve einen linearen Verlauf an, wie er im normalen paramagnetischen Fall von dem CURIE-WEISSschen Gesetz gefordert wird. Dabei sind die Konstanten noch keine Deutung fähig. Sie liefern Atommomente, die über den theoretisch möglichen Werten liegen und ergeben allgemein eine sehr große negative CURIE-Temperatur T_p [12].

Wie die Ferromagnetika im Kristallgitter besonders bevorzugte Richtungen der spontanen Magnetisierung besitzen, so sind auch bei den Antiferromagnetika besondere antiferromagnetische Richtungen ausgeprägt. H. BIZETTE [13] hat eine Reihe von Verbindungen untersucht und findet bei FeO in der rhomboedrischen Achse die Vorzugsrichtung des antiferromagnetischen Zustandes, während MnO deren zwei hat und das kubisch-kristalline MnO die bevorzugte Richtungen in den kubischen Achsen besitzt.

BIZETTE deutet das Auftreten bevorzugter Richtungen durch die Bildung chemischer Verbindungen in Form chemischer Ketten längs dieser Richtungen. Beim Eisenkarbonat werden sie in der Form $-CO_3-Fe-CO_3-Fe-CO_3-$ entlang der rhomboedrischen Achsen angenommen. Das richtungsabhängige Verhalten der übrigen antiferromagnetischen Verbindungen wird analog gedeutet. Der Antiferromagnetismus

ismus folgt danach in seinem atomaren Aufbau gewöhnlichen Valenzregeln. Das Entstehen dieser Bindungen wird von der Temperatur beeinflusst. BIZETTE nimmt an, daß die Anzahl der freien paramagnetischen Ionen vermindert wird, wenn die Temperatur den CURIE-Punkt unterschreitet und beim absoluten Nullpunkt keine freien Ionen mehr existieren, wie umgekehrt über dem CURIE-Punkt alle Ionen wieder dissoziiert sind. In der folgenden Tabelle 1 sind die Umwandlungspunkte der bekannten ferromagnetischen Verbindungen aufgeführt.

Tabelle 1. CURIE-Punkte der bekannten antiferromagnetischen Verbindungen.

	MnO	FeO	CoO	NiO	MnS	MnO ₂	MnF ₂	Fe ₃ O ₄
(°K)	122	198	291	647	165	84	72	115
spez. Wärme bei (°K)	115,9	185	—	—	—	92,1	66,5	112

	FeF ₂	FeCO ₃	Cr ₂ O ₃	CrSb	CrCl ₂	MnSe	MnTe
(°K)	79	57	323	700	70	247	307

	Fe ₂ O ₃	FeCl ₂	CoCl ₂	NiCl ₂
(°K)	950	24	25	59

Da die Existenz des Ferro- wie Antiferromagnetismus aus Wechselwirkungskräften abgeleitet wird, läßt sich jeder Eingriff, der diese Kräfte stört, in dem magnetischen Verhalten bemerkbar machen. BIZETTE setzt in Manganoxydul Mn-Ionen durch unmagnetische Mg-Ionen und untersucht die festen Lösungen MnO + y · MgO. Die Ergebnisse sind in Abb. 7 wiedergegeben.

Die spezifische Wärme verflacht ihr Maximum in dem ausgeweiteten Temperaturintervall, das sich mit höherer Mg-Konzentration zu tieferen Temperaturen verschiebt. Analog ist der Suszeptibilitätsverlauf. Der Abfall der Suszeptibilität wird geringer nach Durchlaufen des Maximums und verschwindet schließlich bei einem Konzentrationsverhältnis 2 zu 1 von Mn zu Mg-Ionen. Gleiche Eigenschaften zeigen die festen Lösungen FeO-MgO, CoO-MgO und das antiferromagnetische Cr₂O₃, dem Al₂O₃ zugesetzt ist.

Inwieweit das magnetische Verhalten von den beiden Verbindungspartnern innerhalb der Kristallstruktur bestimmt wird, lassen die Messungen an MnO, FeO, CoO und MnF₂, FeF₂, CoF₂, NiF₂ erkennen. Der Einfluß des Kations zeigt sich bei den im gleichen NaCl-System kristallisierenden Verbindungen MnO, FeO, CoO in einer Erhöhung der Umwandlungstemperatur, die in obiger Reihenfolge ungefähr um die gleiche Größe (s. Tabelle 1) nach höheren Temperaturen versetzt ist. BIZETTE folgert daraus, daß an der antiferromagnetischen Verbindung alle d-Elektronen der M-Schale beteiligt sind, weil ihre Anzahl sich von Mangan über Eisen zu Kobalt um je eine Einheit vermehrt, und die antiferromagnetische Verbindung um so stabiler wird, je mehr Elektronen daran beteiligt sind.

Den Einfluß des Anions zeigen die Fluoride der Übergangsreihe MnF₂, FeF₂, CoF₂ und NiF₂, die

auch alle in demselben System kristallisieren (einachsiger quadratischer Rutiltyp) und bei denen die magnetischen Ionen die gleichen Lagen besetzen. Von diesen Verbindungen sind nur MnF₂ und FeF₂ antiferromagnetisch. Schwache Hystereserscheinungen sind bei Mangan-Selen [14] dicht unter dem CURIE-Punkt beobachtet worden.

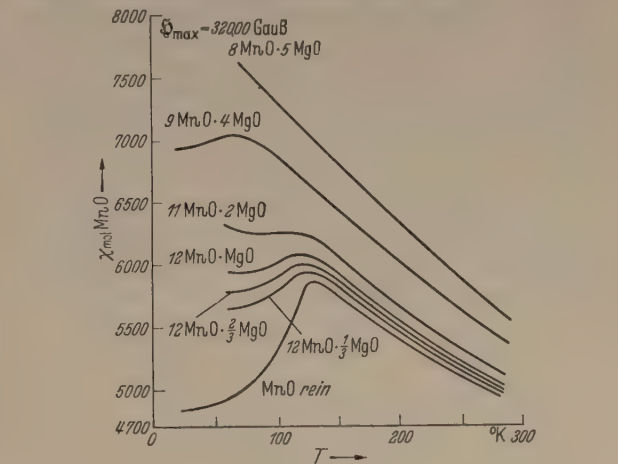


Abb. 7. χ-T-Kurven von MnO + MgO nach H. BIZETTE [13].

3. Die Theorie des Antiferromagnetismus.

Die theoretische Deutung des Antiferromagnetismus ist aus der Vorstellungswelt des Ferromagnetismus heraus von L. NÉEL [2], I. H. VAN VLECK [10] und F. BITTER [11] gegeben worden. NÉEL, auf den die ersten Vorstellungen zurückgehen, nimmt an, daß bei einem Antiferromagnetikum das Kristallgitter in zwei Untergitter A und B eingeteilt werden kann und daß beim absoluten Nullpunkt sowie im Felde Null die Spins des Untergitters A alle in eine Richtung, die Spins des Untergitters B alle in die zu A entgegengesetzte Richtung zeigen.

Außerdem sollen alle Atome äquivalent und äquidistant sein. Diese Forderungen werden von dem einfachen wie von dem raumzentriert-kubischen Gitter erfüllt (Abb. 8). Die Wechselwirkungskräfte der Atome, die zunächst auf die nächsten Nachbarn beschränkt bleiben sollen, werden wieder einem inneren Felde zugeschrieben, das genau dieselbe Form hat wie (6) und sich nur durch das Vorzeichen unterscheidet. Es ist für ein Atom j des Untergitters A das Wechselwirkungspotential

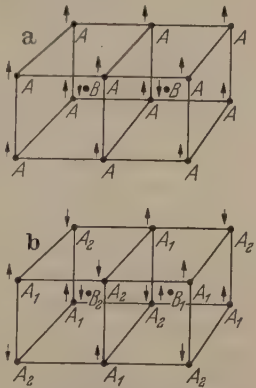


Abb. 8. Spinausrichtungen im kubischraumzentrierten Gitter. a) Anordnung erster Art. b) Anordnung zweiter Art nach J. H. VAN VLECK [17].

Es ist für ein Atom j des Untergitters A das Wechselwirkungspotential

$$V_{ij} = -A_{ij} \cdot S_j \sum_{i=1}^z S_i = -W_1 \cdot I_B \cdot p_j, \quad (6')$$

so daß das Argument der LANGEVIN-Funktion

$$\alpha = p_j \left(\frac{H - W I_B}{k T} \right)$$

für ein Atom des Untergitters A wird. Der Antiferromagnetismus unterscheidet sich formell vom

Ferromagnetismus nur im Vorzeichen des inneren molekularen Feldes, d. h. im Vorzeichen des Austauschintegrals.

Wie NÉEL zeigte, ist bei einem negativen Austauschintegral der stabilste Zustand zwischen zwei Atomen dann vorhanden, wenn die Spins antiparallel stehen, und in einem Kristall als Ganzem dann, wenn die Spins von zwei gleichen Untergittern sich entgegengesetzt stellen. Alle Folgerungen, die sich aus dem theoretischen Ansatz für den Ferromagnetismus ergeben, müssen auch sinngemäß für den Antiferromagnetismus gelten. Es muß eine CURIE-Temperatur existieren, bei der das innere Feld verschwindet. Die Theorie zeigt, daß die CURIE-Temperatur des Antiferromagnetismus durch genau dieselbe Formel wie beim Ferromagnetismus dargestellt wird. Desgleichen müssen alle Erscheinungen, die mit dem spontanen inneren Feld als Sekundäreffekte in Verknüpfung

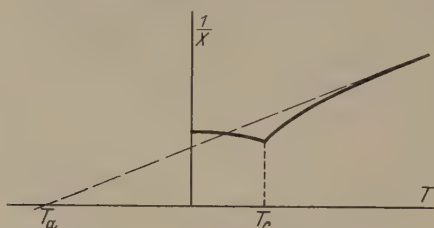


Abb. 9. Die asymptotische CURIE-Temperatur.

stehen, wie Anomalie der spezifischen Wärme, Anomalie des Ausdehnungskoeffizienten und Magnetostriktion sich ebenfalls zeigen, obgleich eine pauschale ferromagnetische Magnetisierung nicht auftreten kann. Sie werden auch beobachtet und haben, wie früher schon gesagt wurde, den Schlüssel zum Verständnis der antiferromagnetischen Verbindungen gegeben.

Da der Einfluß der Wechselwirkungskräfte in den ersten Ansätzen nur auf die nächsten Nachbarn beschränkt war, zeigte sich bald die Notwendigkeit einer Verallgemeinerung des theoretischen Ansatzes. NÉEL [15] erweitert die Wechselwirkungssphäre auch auf die übernächsten Atome, deren Wirkung gleichfalls einem molekularen Felde, das proportional dem magnetischen Moment des übernächsten Atoms gesetzt ist, zugeschrieben wird. Die Elementarmagnete des Untergitters A unterliegen dann einem molekularen Feld der Größe

$$H_i^A = -W_1 \cdot I_B + W_2 \cdot I_A \quad (7a)$$

und

$$H_i^B = -W_1 \cdot I_A + W_2 \cdot I_B \quad (7b)$$

für das entsprechende Atom des Untergitters B.

Die Einführung dieser Felder in das Argument α der LANGEVIN-Funktion ergibt unter der Voraussetzung, daß $\alpha \ll 1$ ist, die in der Nachbarschaft des CURIE-Punktes erfüllt ist, die mittlere Magnetisierung der beiden Gitter zu:

$$I_A = \frac{C}{2T} (H_a + W_2 I_A - W_1 I_B); \quad (8a)$$

$$I_B = \frac{C}{2T} (H_a - W_1 I_A + W_2 I_B); \quad (8b)$$

und daraus folgt durch Addition und Auflösung nach $I_A + I_B$

$$\chi = \frac{I_A + I_B}{H} = \frac{C}{T + T_a} \quad (9)$$

mit $C = N \mu_B^2 g^2 S(S+1)$ als quantenmechanische CURIE-Konstante und

$$T_a = \frac{C}{2} \cdot (W_2 + W_1),$$

die NÉEL die asymptotische CURIE-Temperatur nennt. Gl. (9) ist das CURIE-WEISSsche Gesetz einer antiferromagnetischen Substanz, das eine völlige Analogie zum gleichen Gesetz des Ferromagnetismus zeigt und den normalen paramagnetischen Verlauf der Suszeptibilitätskurve oberhalb der CURIE-Temperatur fordert. Dicht unterhalb des ferromagnetischen CURIE-Punktes, wo jedes Untergitter für sich eine spontane Magnetisierung besitzt, müssen die bei Gl. (8) simultan bestehen. Daraus folgt, wenn H_a gesetzt wird, was ohne Beeinträchtigung der Allgemeingültigkeit statthaft ist, die Bedingungsgleichung

$$\begin{vmatrix} \frac{C W_2}{2T} - 1 & -\frac{C W_1}{2T} \\ -\frac{C W_1}{2T} & -\frac{C W_2}{2T} - 1 \end{vmatrix} = 0$$

die für den antiferromagnetischen CURIE-Punkt den Ausdruck

$$T_c = \frac{C}{2} \cdot (W_2 - W_1) \quad (10)$$

liefert. Die Gl. (8) sind nicht im ganzen Bereich der spontanen Magnetisierung gültig, können aber zur Berechnung der antiferromagnetischen CURIE-Temperatur als gültig angenommen werden.

In Abb. 9 sind die beiden Kenngrößen im $1/\chi$ -Diagramm dargestellt.

Das Verhältnis

$$\frac{T_a}{T_c} = \frac{W_2 + W_1}{W_2 - W_1} \quad (11)$$

ist einer experimentellen Prüfung zugänglich. VAN VLECK [17] und P. ANDERSEN [18] zeigen, ist das Verhältnis (12) außer vom Gitter auch von der Spindelordnung im Gitter abhängig. Das raumzentrierte kubische Gitter kann verschiedene Anordnungen haben, wie sie z. B. in Abb. 8 nach VAN VLECK dargestellt sind. Beide Anordnungen erfüllen die Grundforderungen. Welche Anordnung von beiden bevorzugt wird, hängt vom Energiezustand des gesamten Gitters ab. Bei der ersten Anordnung ist die Wechselwirkung der nächsten Atome groß, während bei der zweiten, bei der ein Atom gleichviel parallele wie antiparallele nächste Nachbarn hat, die Wechselwirkung der übernächsten Nachbarn wirksam ist, weil diese ausschließlich antiparallel stehen. Die einzelnen Systeme haben dementsprechend auch ein anderes Verhältnis T_a/T_c . Der Ausdruck für T_c (Gl. (10)) bleibt immer ungeändert, weil die Abhängigkeit der Beziehungen (9) und (10) an kein Ordnungsschema gebunden ist. Für das kubisch-raumzentrierte Gitter der zweiten Art ist

$$\frac{T_a}{T_c} = \frac{W_1 + W_2}{W_1} \quad (12)$$

Für das flächen-zentrierte Gitter, das auf kompakter Weise aus vier einfachen kubischen Untergittern zusammengesetzt gedacht werden kann, steht das molekulare Feld aus vier Anteilen der einzelnen Untergitter. Der Charakter des CURIE-WEISSschen Gesetzes oberhalb T_c wird dadurch nicht,

laßt. Es ist

$$\frac{T_a}{T_c} = \frac{3 W_2 + W_1}{W_2 - W_1}, \tag{14}$$

n die vier Untergitter des flächen-zentriert-kubi-
n Gitters gleiche Spinrichtungen haben. Welche
rdnung von der Natur bevorzugt wird, kann nur
Experiment entscheiden. In den Abb.10 a und
ist das Verhältnis T_a/T_c in Abhängigkeit von
 W_2 für das körper-zentriert-kubische Gitter der
iten Art und für das flächen-zentrierte Gitter
getragen; die Tabelle 2 enthält die von BIZETTE
perimentell gefundenen Werte. Sie lassen sich in
theoretischen Kurven einordnen.

Tabelle 2.

	körperzentriertes Gitter			flächenzentriertes Gitter			
	MnF ₂	FeF ₂	Fe ₂ O ₃	MnO	FeO	MnS	MnSe
$T_c \dots$	1,57	1,48	2,11	5	2,9	3,2	3

Unter der Annahme, daß im einzelnen WEISS-
nen Bereich nur parallele und antiparallele Spins
rkommen, die Richtungen der Bereiche aber jег-
hen Winkel zum Außenfeld einnehmen können,
rd nach NÉEL und BITTER die wirksame Suszepti-
tät gleich

$$\chi = \frac{2}{3} \chi_{\perp} + \frac{1}{3} \chi_{\parallel}. \tag{15}$$

ierin ist χ_{\perp} die Suszeptibilität, wenn Innenfeld H_i
nd Außenfeld H_a senkrecht aufeinander stehen.
die Suszeptibilität, wenn H_i und H_a parallel zu-
ander liegen.

Bei der Berechnung der Suszeptibilität χ_{\parallel} wird
n NÉEL ein alternierendes Effektivfeld, das parallel
nd antiparallel ausgerichtet ist, in Ansatz gebracht.
n Argument der BRILLOUIN-Funktion (Quanten-
mechanische Form der LANGEVIN-Funktion) er-
heint dieses Effektivfeld als Summe und Differenz
on Innen- und Außenfeld. Nach der üblichen
ethode der Reihenentwicklung nach H_a erhält
NÉEL eine Gleichung für I_{\parallel} , nach der die Suszepti-
lität χ_{\parallel} mit fallender Temperatur gegen Null geht.
iese kleinen Suszeptibilitätswerte machen es ver-
ändlich, daß sehr hohe Felder, bei denen im Ferro-
agnetikum längst Sättigung erreicht ist, zur
ehung der Bereiche notwendig sind. Gleichfalls
rd dadurch die Feldabhängigkeit der Suszeptibili-
t unterhalb T_c , wie sie von den verschiedenen
utoren beobachtet wird, verständlich. Die Ab-
itung der Gleichung für χ_{\perp} von VAN VLECK [10]

hrt zu dem sehr interessanten Ergebnis, daß
$$\chi_{\perp} = \frac{N g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{6 k T_c} = \chi_{\perp}$$
 unabhängig ist von der
emperatur. Ohne auf die Ableitungen im einzelnen
nzu gehen, kann dieses Verhalten qualitativ aus fol-
nder Überlegung gefolgert werden. Das vertikale
ußenfeld wird die Spins, die unter dem Zwang des
nnenfeldes stehen, um einen Winkel φ aus der Normal-
e herausdrehen. Ist \bar{I} die mittlere Magnetisierung
nes Untergitters, so ist die Suszeptibilität χ_{\perp} pro-
portional zu $\bar{I} \cdot \varphi$. Da aber die Drehung gegen das
olekulare Feld, das proportional \bar{I} ist, zu leisten
t, wird der Drehwinkel in einem inversen Ver-
hältnis zu \bar{I} stehen. Dadurch kompensiert sich das

temperaturabhängige \bar{I} -Glied. Es ist somit

$$\chi_{T=0} = \frac{2}{3} \chi_{\perp} \approx \frac{2}{3} \chi_{T_c}. \tag{16}$$

Die experimentellen Werte von $\frac{\chi_{T=0}}{\chi_{T_c}}$ einiger anti-
ferromagnetischer Verbindungen sind in der folgen-
den Tabelle angegeben.

Tabelle 3.

	MnF ₂	FeF ₂	MnO	MnS	FeO
$\frac{\chi_{T=0}}{\chi_{T_c}}$	0,76	0,72	0,69	0,82	0,75

Die Übereinstimmung mit der Theorie ist recht be-
friedigend.

Die Schwierigkeiten der experimentellen Er-
forschung des Antiferromagnetismus liegen zum Teil

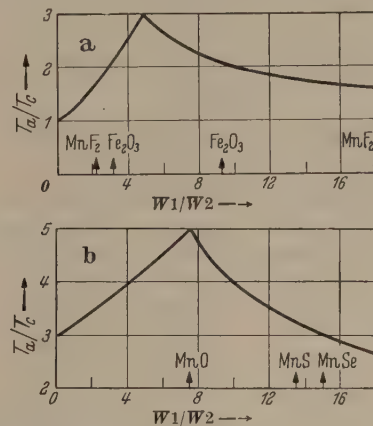


Abb. 10. T_a/T_c als Funktionen von W_1/W_2 nach J. H. VAN VLECK [17].
a) beim raumzentriert kubischen Gitter.
b) beim flächenzentriert kubischen Gitter.

darin, daß man nur auf indirekte Weise über die Be-
stimmung der spezifischen Wärme und durch Messen
der Suszeptibilität über weite Temperaturbereiche dem
Problem näher kommen kann. Über die Art der Spin-
kopplung können diese Versuche keine Aussage ma-
chen, so daß die Theorie durch magnetische und ther-
mische Verfahren keine befriedigende Untermauerung
erhalten hat und auch nicht erhalten kann. Insofern
ist es interessant, daß durch die Methoden der Neu-
tronenbeugung an ferromagnetischen und antiferro-
magnetischen Substanzen weitreichende Erkennt-
nisse über die Natur des ferro- und antiferromagne-
tischen Zustandes gewonnen werden konnten. SHULL
und Mitarbeiter [19] bis [21] haben mit monochromati-
scher Neutronenstrahlung hoher Geschwindigkeit
(BROGLIE-Wellenlänge von 1,06 Å) antiferromagne-
tische Substanzen untersucht. Die monochromati-
schen Strahlen wurden als Streustrahlen an Na-Cl-
Kristallen diskreter Streuwinkel erhalten. Die Neu-
tronen werden infolge ihres magnetischen Momentes
an den magnetischen Ionen gestreut und können
gleich DEBYE-SCHERRER-Linien beobachtet werden.
Die Untersuchungen an MnO, die zunächst bei Raum-
temperatur durchgeführt wurden, also im para-
magnetischen Zustand der Verbindung, zeigen beide
Arten der diffusen magnetischen Streuung, sowie die
DEBYE-SCHERRER-Linien, die von den Kernen her-
rühren. Nach Abkühlung unter die Temperatur des
flüssigen Stickstoffes, bei der der paramagnetische

Zustand in den antiferromagnetischen Zustand übergeführt worden ist, bleiben die Kernstreuungen erhalten. Die diffusen-magnetischen Streuungen haben sich zu einzelnen Linien verdichtet, die die neue Ord-

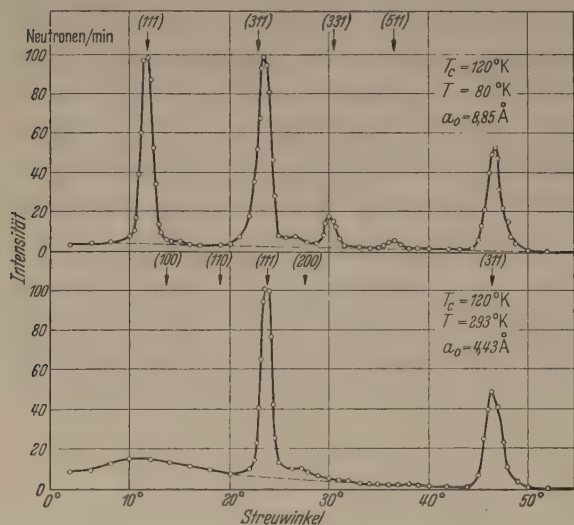


Abb. 11. Neutronenstreuung an MnO nach C. G. SHULL, W. A. STRAUSSER u. E. A. WOLLAN [20].

nung der magnetischen Ionen erkennen lassen. (Abb. 11). Die neuen Linien müssen einem Gitter zugeschrieben werden, das die doppelte Gitterkonstante des chemischen Grundgitters besitzt.

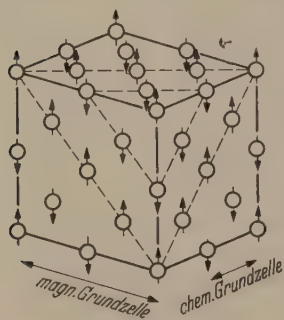


Abb. 12. Antiferromagnetische Spinausrichtung unterhalb des CURIE-Punktes von MnO nach C. G. SHULL, W. A. STRAUSSER u. E. A. WOLLAN [20].

Die magnetischen Ionen weggelassen. Das Gitter kann aus Ebenen gleichartiger Spinbesetzung aufgebaut werden, die alle der (111)-Ebene parallel verlaufen und deren Spinrichtung von Ebene zu Ebene wechselt. Von den acht (111)-Ebenen sind nur zwei gleichwertig, die übrigen haben Mischbesetzungen. Jedes Ion besitzt zwölf nächste Nachbarn, von denen sechs gleiche, sechs antiparallele Spinrichtung haben. Die acht übernächsten Nachbarn sind jedoch alle antiparallel ausgerichtet.

Abb. 13. Spinanordnung in einer (100)-Ebene von MnO.

Entlang der kubischen Achsen ist die Koppelung der nächsten Ionen immer antiferromagnetisch. Man führt sie auf die dazwischenliegenden Sauerstoffionen zurück. Von dieser indirekten Kopplung, die auf theoretische Überlegungen von H. A. KRAMERS zu-

rückgeht, wird noch zu sprechen sein. MnS, MnSe sind ober- und unterhalb des antiferromagnetischen CURIE-Punktes mit MnO isomorph, zeigen dieselben Beugungserscheinungen. Ebenfalls haben die Oxide der Elemente Eisen, Kobalt, Nickel, die ebenfalls kubisch kristallisieren, im antiferromagnetischen Zustand den doppelten magnetischen Gitterparameter der chemischen Grundzelle.

Die Neutronen-Beugungsversuche haben die Grundauffassung NÉELS über den Antiferromagnetismus bestens bestätigt. Darüberhinaus konnten eine direkte Aussage über die Spinorientierung im Gitter geben und es zeigte sich, daß im kubisch flächenzentrierten Gitter die Ordnung von der Nahe bevorzugt ist, bei der die Wechselwirkung der übernächsten Ionen vorherrscht. In einigen Zweifelsfällen, wie bei NiO, das nur ein sehr flaches Maximum der Suszeptibilitätskurve zeigt, wurde der Antiferromagnetismus erst durch die Neutronenbeugung sichergestellt.

Die Feststellung, daß im kubisch-flächenzentrierten Gitter die Wechselwirkung der übernächsten Ionen die der nächsten Nachbarn überwiegt, wird nach KRAMERS durch indirekte Austauschkräfte erklärt. Die Atomanordnung einer (100)-Ebene von MnO ist in Abb. 13 dargestellt. Es ist zunächst verwunderlich, daß das um den Faktor $1/\sqrt{2}$ näher liegende Mn-Ion in seiner Wirkung weniger wichtig ist, als das durch ein O-Ion getrennte.

Der Kerngedanke der von ANDERSEN [23] angegebene Deutung ist der, daß die Wechselwirkung über einen angeregten Zustand des O-Ions zustande kommt, indem das O-Ion ein Elektron seiner beiden p -Elektronen abgibt, das als d -Elektron einem benachbarten Mn-Ionen eingebaut wird. Der dabei frei gewordene Spin des verbliebenen Elektrons tritt dann mit dem anderen Mn-Ion in Wechselwirkung. Dabei ist vorausgesetzt, daß die beiden p -Elektronen des O-Ions wie eine Hantel in der Richtung der Manganionen ausgerichtet sind. VAN VLECK deutet die Wirkung des Sauerstoffions wie die eines Zwischenmediums.

Es ist nun wichtig, mit welcher Spinorientierung das abgegebene p -Elektron als d -Elektron eingebaut wird. Nach ANDERSON richtet sich das nach dem Energiezustand des paramagnetischen Ions. Ist die d -Schale nicht zur Hälfte besetzt, so wird sich der Spin zum vorhandenen parallel einstellen, weil damit der niedrigste Energiezustand verbunden ist. Im umgekehrten Fall, wie z. B. bei Mangan und den abschließenden Elementen Eisen, Kobalt, Nickel, deren d -Schalen mehr als zur Hälfte besetzt sind, ist der Einbau eines antiparallelen Spins energetisch günstiger. Diese Auffassung erklärt den experimentellen Befund, daß z. B. CrTe ferromagnetisch, MnTe dagegen antiferromagnetisch ist.

Die Theorie kann allgemein noch nicht entscheiden, unter welchen Voraussetzungen Ferro- oder Antiferromagnetismus eintritt. Nach Auffassung von FORRER [24] und NÉEL [25] ist die Wechselwirkungsenergie zwischen benachbarten Atomen bzw. Ionen eine Funktion des Abstandes ihrer äußeren Elektronenschalen. Wenn der Abstand kleiner ist als 1 Å, sind die Wechselwirkungen negativ, die zu Antiferromagnetismus führen. Ferromagnetismus ist dagegen zu erwarten, wenn die Abstände zwischen 1 Å

Ä liegen. Werden die Abstände noch größer, so tritt gewöhnlicher Paramagnetismus auf. Die anormal großen Abstände der äußeren Elektronenschalen, die die antiferromagnetischen Manganbindungen MnO , MnS , MnSe und MnTe zeigen, führen auf die koppelnden Zwischenionen zurück.

K. HAUL und TH. SCHOON [26] haben an Aerosolen von $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ bei Teilchengrößen unterhalb 30 Å eine wesentlich kleinere Suszeptibilität gefunden, wie sie dem freien Fe^{+++} -Ion zukommt. Oberhalb 30 Å Teilchengröße wächst erst die Suszeptibilität erheblich an. W. KLEMM [27], deutet die Versuchsergebnisse durch die Annahme, daß unterhalb 30 Å Antiferromagnetismus vorliegt, der auch bei äußerst kleinen Teilchengrößen existieren könnte. Mit wachsenden Teilchen macht die Antiparallelstellung der parallelen Ausrichtung Platz.

4. Der Ferrimagnetismus.

Bei der theoretischen Deutung des Antiferromagnetismus waren für die Anordnung der magnetischen Ionen im Gitter sehr einengende Voraussetzungen gemacht worden. Unabhängig von der Anzahl der Untergitter wurde eine strenge Symmetrie im Untergitter selbst wie auch von den Untergittern untereinander gefordert. Durch Translationen konnten die Untergitter ineinander übergeführt werden. Außerdem sollten alle Ionen äquivalent sein. Diese Forderungen sollen nun fallen. Die Vorstellung von Untergittern mit entgegengesetztem Spin wird auch bei den kommenden Betrachtungen beibehalten werden, jedoch soll die spezielle Besetzung offenbleiben. Desgleichen beschränken sich die Ausführungen nur auf Wechselwirkungen der Elementarmagnete auf nächste und übernächste Nachbarn, die auch wieder auf die Wirkungen innerer Felder zurückgeführt werden.

Für den einfachen Fall von zwei Untergittern, die als *A*-Lagen bzw. *B*-Lagen mit den Besetzungsfaktoren l und m ($l + m = 1$) im folgenden bezeichnet werden, ist die Gesamtmagnetisierung

$$I = l \cdot I_A - m \cdot I_B. \quad (17)$$

Nach (6) kann das innere Feld proportional der Magnetisierung gesetzt werden, das nach NÉEL [15] für einen Elementarmagneten der Lage *A* gleich

$$h_A = n (\alpha l \cdot I_A - m \cdot I_B) \quad (18a)$$

und entsprechend für die *B*-Lage

$$h_B = n (\beta m \cdot I_B - l \cdot I_A) \quad (18b)$$

st.

In diesem Ansatz ist n proportional dem Austauschintegral zwischen den *A*- und *B*-Lagen, $n\alpha$ proportional den Wechselwirkungen im Gitter *A*, $n\beta$ proportional den Wechselwirkungen im Gitter *B*.

Werden diese Felder einzeln in das Argument der LANGEVIN-Funktion eingeführt, so erhält man für jedes Untergitter eine CURIE-WEISSsche Gleichung. Aus diesen beiden Gleichungen und den Gleichungen (17) und (18) lassen sich die Größen I_A , I_B , I_A und h_B eliminieren und man erhält für die Magnetisierung den Ausdruck

$$I = \frac{T^2 - n C (l \alpha + m \beta) \cdot T + n^2 C^2 l \cdot m (\alpha \beta - 1)}{T - n C l m (2 + \alpha + \beta)} \cdot H \quad (19a)$$

oder

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T}{C} + \frac{1}{\chi_0} - \frac{\sigma}{T - \Theta} \quad (19b)$$

mit

$$\frac{1}{\chi_0} = n (2 l m - l^2 \alpha - m^2 \beta)$$

$$\sigma = n^2 C l m [l (1 + \alpha) - m (1 + \beta)]^2$$

$$\Theta = n C l m (2 + \alpha + \beta)$$

$$C = \text{CURIE-Konstante.}$$

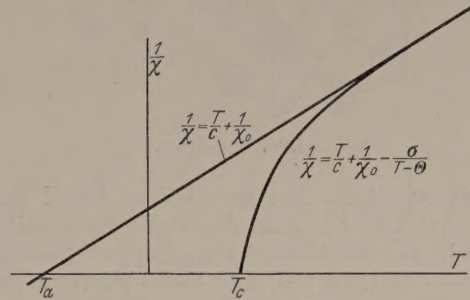


Abb. 14. Schematischer Verlauf der $1/\chi$ - T -Kurve von ferrimagnetischen Substanzen nach L. NÉEL.

Die Gleichungen (19) ergeben eine große Mannigfaltigkeit von Magnetisierungskurven, die je nach den Parameterverhältnissen sehr verschiedenartig sein können. In Abb. 15 sind einige typische dieser theoretisch möglichen Kurven dargestellt, die vom Charakter der ferromagnetischen stark abweichen können. Die Sättigungsmagnetisierung kann mit der Temperatur fallen, aber auch steigen. Da die Unter-

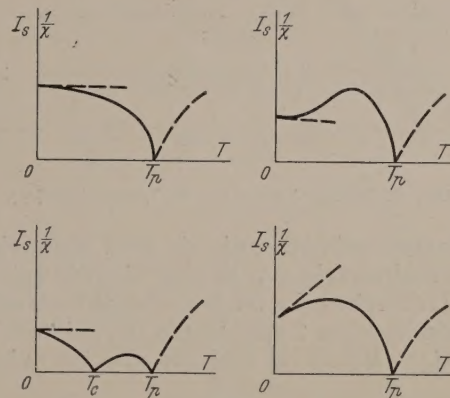


Abb. 15. Theoretische Magnetisierungskurven nach L. NÉEL [15].

gitter eine spezifische Magnetisierung mit charakteristischer CURIE-Temperatur besitzen, ist auch eine Umkehr der Magnetisierung bei Veränderung der Temperatur möglich. Spontane Magnetisierung ist nicht zu erwarten, wenn $\alpha \cdot \beta$ größer ist als 1 und α und β negativ sind. In der $\alpha \cdot \beta$ -Ebene trennt der im dritten Quadranten gelegene Hyperbelast $\alpha \cdot \beta = 1$ die Fälle, die überhaupt infolge eines positiven T_p spontan magnetisiert sein können von jenen, bei denen T_p stets negativ ist.

Der Ferrimagnetismus ist ein asymmetrischer unvollständiger Antiferromagnetismus. Mit letzterem hat er die Art der Spinorientierung gemein, zeigt aber nach außen hin infolge der nicht vollständigen Gleichheit der Untergitter eine ferromagnetische Magnetisierung.

Der bekannteste Vertreter der ferrimagnetischen Substanzen ist der Magnetit (Fe_3O_4). Fe_3O_4 ist

ferromagnetisch, sein magnetisches Moment entspricht aber nur einem Bruchteil des Momentes seiner freien Eisen-Ionen. In starken Feldern fanden P. WEISS und R. FORRER [28] bei Temperatur-

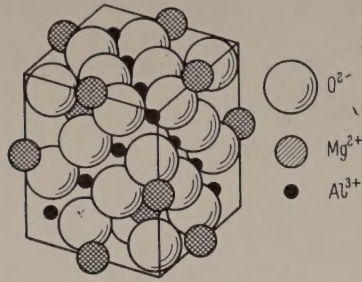


Abb. 16. Spinelltyp.

erniedrigung einen starken steilen Abfall der Induktion bei 110° K. Eine Anomalie der spezifischen Wärme in der Nachbarschaft derselben Temperatur wurde von MILLAR [29] und von OKAMURA [30] gemessen. Später wurden eine Anzahl von weiteren

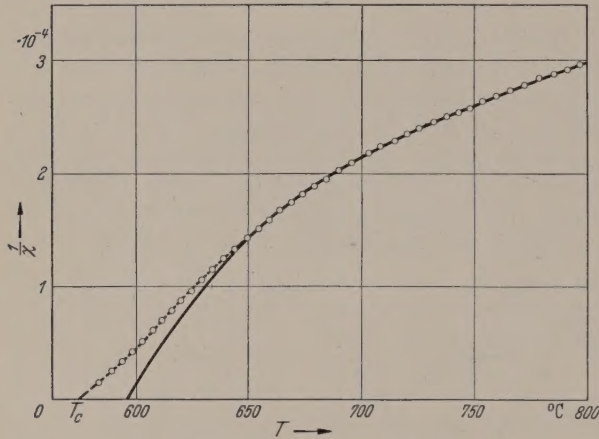


Abb. 17. Die 1/χ-T-Kurve von Fe₃O₄ nach KOPP [31].

Verbindungen gefunden, die ein dem Magnetit ähnliches Verhalten zeigten. Es sind dies die unter dem Namen der Ferrite bekannt gewordenen Verbindungen eines gemeinsamen Types MOFe₂O₃, bei dem M ein zweiwertiges Metall ist und die alle im Spinelltyp

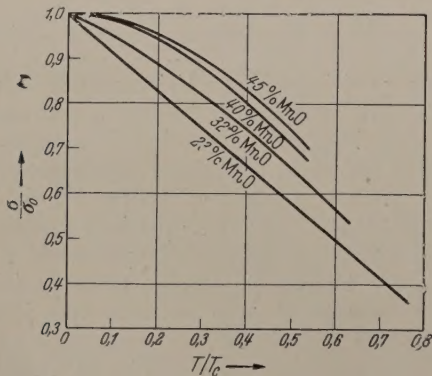


Abb. 18. Relative Magnetisierung von Mn-Ferriten nach C. GUILLAUD [32].

kristallisieren. Infolge ihres sehr hohen spezifischen Widerstandes haben sie in der Hochfrequenztechnik größte Bedeutung erlangt. Die Ferrite haben dieser magnetischen Erscheinung auch ihren Namen gegeben. Zum Verständnis der ferrimagnetischen Eigen-

schaften muß kurz auf den Spinelltyp eingegangen werden (Abb. 16). Seine Grundzelle enthält acht Moleküle entsprechend der Formel (MgAl₂O₄)₈ in die großräumigen Sauerstoffatome einen Kubus dichtester Kugelpackung einnehmen. Die Zwischenräume sind von den Metallionen ausgefüllt. Bei normalen Spinelltyp (MgAl₂O₄) sitzen die zweiwertigen Ionen umgeben von vier Sauerstoffionen einem Tetraedergitter, während die dreiwertigen einem Oktaedergitter angeordnet und von je sechs O-Ionen benachbart sind. Sind die Tetraederstellen von dreiwertigen Ionen besetzt, so spricht man vom inversen Spinelltyp (MgFe₂O₄). Außerdem gibt es noch den Mischtyp.

NÉEL macht die Annahme, daß die Tetraederlagen und die Oktaederlagen mit entgegengesetzten Spinrichtungen besetzt sind, entsprechend der Verallgemeinerungen zu Anfang dieses Abschnittes. Die Spinellbesetzung ist eine von der großen Mannigfaltigkeit der Besetzungsmöglichkeiten.

Den sechzehn Oktaederplätzen stehen acht Tetraederplätze im Gitter gegenüber. Die Wechselwirkungen in den beiden Untergittern können als vernachlässigbar klein angenommen werden, so daß nur das Austauschintegral zwischen den beiden Spinordnungen wirksam ist.

Das Verhalten der Ferrite oberhalb des CURIE-Punktes ist typisch antiferromagnetisch (Abb. 17). Die 1/χ—T-Kurve, die von KOPP [31] an Fe₃O₄ gemessen wurde, wahrt den antiferromagnetischen Charakter bis zum Schnittpunkt mit der T-Achse. Sie sollte nach der Theorie im unteren Teile noch steiler abfallen. Unterhalb des CURIE-Punktes ist der Magnetisierungsverlauf ferromagnetisch. An den Spinelltypen sind bis jetzt noch keine Magnetisierungskurven in ihrer Temperaturabhängigkeit gemessen worden, die in ihrem Charakter stark voneinander abweichen. Bei der Einheitlichkeit des Typs ist das auch nicht verwunderlich. Auch kommt die von der NÉELschen Theorie vorausgesagte Umkehr der Magnetisierungsrichtung bei Temperaturveränderung bisher nicht beobachtet werden. D

Tabelle 4. Die magnetischen Molekularmomente einiger Ferrite nach J. L. SNOEK [33].

Lage		Wärmebehandlung	Lage		Theoret. Gesamtmoment	Beobachtet
A	B		A	B		
Fe''' (Mn'' Fe''')		1)	$\vec{5}$	$(\vec{5} \vec{5})$	5	5
Fe''' (Fe'' Fe''')		1)	$\vec{5}$	$(\vec{4} \vec{5})$	4	4
Fe''' (Co'' Fe''')		1)	$\vec{5}$	$(\vec{3} \vec{5})$	3	3
Fe''' (Ni'' Fe''')		1)	$\vec{5}$	$(\vec{2} \vec{5})$	2	2
Zn'' (Fe''' Fe''')		1)	0	$(\vec{5} \vec{5})$	0	
Cd'' (Fe''' Fe''')		1)	0	$(\vec{5} \vec{5})$	0	
Fe''' Mg'' (Mg'' Fe''')		1250° C ²⁾	$\vec{4},3$	$(0 \vec{5},7)$	1,4	1
(Fe''' Mg) (Mg'' Fe''')		700° C ³⁾	$\vec{4},45$	$(0 \vec{5},55)$	1,1	1
(Fe''' Cu'') (Cu'' Fe''')		900° C ²⁾	$\vec{4},15$	$0,17 (\vec{0},83 \vec{5},8)$	2,3	2
(Fe''' Cu'') (Cu Fe''')		360° C ³⁾	$\vec{4},85$	$0,04 (\vec{0},96 \vec{5},2)$	1,3	1
Fe''' ($\frac{1}{2}$ Fe''' $\frac{1}{2}$)		1)	$\vec{5}$	$(0 \vec{7},5)$	2,5	2

1) Langsam abgekühlt. 2) Abgeschreckt. 3) Getempert.

Abb. 18 gibt nach GUILLAUD [32] einige Resultate für die thermische Abhängigkeit der Sättigungsmagnetisierung einiger Mn-Ferrite wieder. Die Kurven laufen flacher wie die der reinen ferromagnetischen Substanzen. Sehr einfach werden die Verhältnisse bei tiefen Temperaturen, wo unter Ausschaltung der Gitterarmwirkung eine nahezu ideale Parallel- wie Antiparallel-Stellung vorhanden ist. Die NÉELsche Theorie gestattet dann für jeden Spinnelltyp die Sättigungsmagnetisierung zu berechnen, die vom Experiment überprüft werden kann. Unter der Voraussetzung, daß kein Bahnmoment vorhanden ist, (LANDÉ-Konstante $g=2$) errechnen sich die Sättigungsmomente als arithmetische Summe der Einzelmomente. In der Tabelle 4 sind nach I. L. ROEYK [33] die theoretischen Sättigungswerte der Momente mit den gemessenen zum Vergleich gemacht. Die Übereinstimmung ist über Erwarten gut.

Eisenferrit kristallisiert im inversen Typ. Die A-Lagen werden von Fe^{+++} mit je fünf Magnetonen, die B-Lagen mit Fe^{+++} und Fe^{++} je zur Hälfte besetzt. Fe^{++} hat vier Magnetonen. Als resultierendes Moment verbleiben vier Magnetonen.

Das Zink- und Cadmiumferrit besitzen kein magnetisches Moment. Da beide im Normaltyp kristallisieren, wäre nach dem obigen Schema ein Sättigungsmoment von $10 \mu_B$ zu erwarten. Es liegt aber, wie NÉEL zeigen konnte, hier ein Sonderfall vor. Die im Oktaedergitter liegenden Fe^{+++} -Ionen richten sich antiferromagnetisch aus und ergeben somit kein resultierendes Moment. Die experimentellen Ergebnisse von Magnesiumferrit deuten auf die Bildung von Mischtypen hin, bei denen Tetraeder- und Oktaeder-Lagen von zwei- und dreiwertigen Ionen besetzt werden können.

Interessante Ergebnisse liefern die Mischferrite mit einem unmagnetischen Zink- oder Cadmiumferrit. Es ist schon durch die Untersuchungen von ROEYK [34] die seltsame Tatsache bekannt, daß die Mischferrite mit einem unmagnetischen Zink- oder Cadmiumferrit eine größere Sättigung aufweisen, als die reinen Ferrite. Diese Eigenart erklärt sich zwanglos aus der NÉELschen Theorie. Wird z. B. bei Nickelferrit vom inversen Typ $\text{Fe}^{+++}(\text{Ni}^{++}\text{Fe}^{+++})$ mit einem Moment von zwei BOHRschen Magnetonen ein Ni-Ion durch ein Zn-Ion ersetzt, so muß ein doppelter Austausch erfolgen. Man muß sich den Vorgang so vorstellen, daß zuerst das Ni-Ion der B-Lage durch ein Zn-Ion ersetzt wird. Da aber das Zn-Ion nur eine A-Lage besetzen kann (Normaltyp), müssen Fe^{+++} -Ionen der A-Lage mit dem Zn^{++} -Ion der B-Lage ihre Plätze vertauschen. Aus $\text{Fe}^{+++}(\text{Ni}^{++}\text{Fe}^{+++})$ wird $\text{Zn}(\text{Fe}^{+++}, \text{Fe}^{+++})$ mit zehn Magnetonen, so daß durch einen Austausch eines magnetischen Ni-Iones durch ein unmagnetisches Zn-Ion im Molekül acht Magnetonen gewonnen werden. Nur bei Mischferriten mit nicht zu hohem Anteil an unmagnetischem Ferrit steigt das Moment an. Bei höheren Konzentrationen setzt sich der antiferromagnetische Charakter des unmagnetischen Ferrites immer mehr durch. Nach GUILLAUD [32] ist in Abb. 19 das Sättigungsmoment einiger Mischferrite in Abhängigkeit von der Zusammensetzung niedergegeben. Bemerkenswert sind die Anfangsabhängigkeiten, die alle auf eine Besetzung der B-Lagen

von gleich gerichteten Fe^{+++} -Ionen hinweisen, und der Abfall oberhalb von 50% gegen Null. Ebenfalls nach GUILLAUD sind in den Abb. 20 und 21 die An-

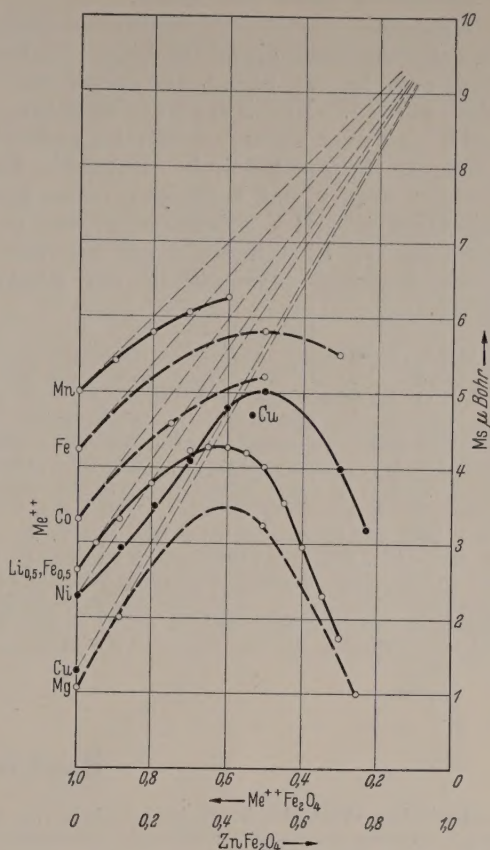


Abb. 19. Sättigungsmomente von Mischferriten bei tiefen Temperaturen nach C. GUILLAUD [32].

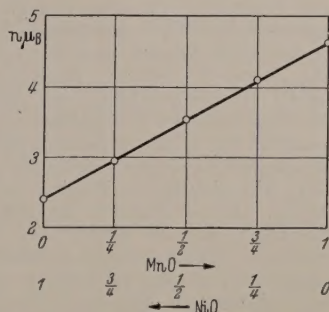


Abb. 20. Die magnetischen Molekularmomente von $\text{MnOFe}_2\text{O}_3 + \text{NiOFe}_2\text{O}_3$ nach C. GUILLAUD [32].

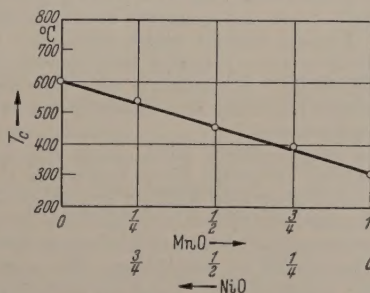


Abb. 21. Die CURIE-Temperaturen von $\text{MnOFe}_2\text{O}_3 + \text{NiOFe}_2\text{O}_3$ nach C. GUILLAUD [32].

zahl der BOHRschen Magnetonen und die CURIE-Temperatur eines Mischferrites aus Mangan- und Nickelferrit in Abhängigkeit vom Anteilverhältnis dargestellt. Die lineare Abhängigkeit der ma-

gnetischen Momente läßt vermuten, daß die beiden Anteile ungestört nebeneinander existieren. Der lineare Verlauf der CURIE-Temperatur ist jedoch mit dieser Auffassung nicht verträglich.

Die NÉELschen Anschauungen über den Mechanismus der Ferrite sind ebenfalls durch Neutronen-Biegungsversuche von SHULL und Mitarbeiter [21] bestätigt worden. Die Kopplung zwischen dem Tetraeder- und dem Oktaedergitter ist nach diesen Versuchen antiferromagnetisch. Ebenfalls konnte nachgewiesen werden, daß Fe_2O_3 im inversen Spinelltyp kristallisiert, und die Besetzung, wie sie die Theorie in guter Übereinstimmung mit der magnetischen Messung angenommen hat, direkt bestätigt werden.

Literatur. [1] DIRAC, P. A. M.: The Principles of Quantum Mechanics. Oxford Univ. Press, New York 1935. — [2] NÉEL, L.: J. Physique Radium 3, 160 (1932). — [3] NÉEL, L.: Ann. Physique 5, 232 (1936). — [4] BIZETTE, H. u. B. TSAI: C. R. hebd. Séances Acad. Sci. 217, 390 (1943). — [5] MILLAR, R. W.: J. Amer. chem. Soc. 50, 1875 (1928). — [6] MILLAR, R. W.: J. Amer. chem. Soc. 51, 215 (1929). — [7] BIZETTE, H., C. SQUIRE u. B. TSAI: C. R. hebd. Séances Acad. Sci. 207, 449 (1938). — [8] FOEX, M.: C. R. hebd. Séances Acad. Sci. 227, 193 (1948). — [9] FOEX, M. G. u. M. GRAFF: C. R. hebd. Séances Acad. Sci. 206, 106 (1939). — [10] VLECK, J. H. VAN: J. chem. Physics 9, 85 (1941). — [11] BITTER, F.: Physic. Rev. 54, 79 (1937). — [12] FOEX, G.: J. Physique Radium 12, 153 (1951). — [13] BIZETTE, A.:

J. Physique Radium 12, 161 (1951). — [14] LINDSAY, J. Physic. Rev. 84, 552 (1951). — [15] NÉEL, L.: Ann. Phys. 3, 137 (1948). — [16] NÉEL, L.: C. R. hebd. Séances Acad. Sci. 203, 304 (1936). — [17] VLECK, J. A. VAN: J. Physique Radium 12, 262 (1951). — [18] ANDERSON, P.: Physic. Rev. 78 (1950). — [19] SHULL, C. G. u. J. S. SMART: Physic. Rev. 76, 1256 (1949). — [20] SHULL, C. G., W. A. STRAUSSER, E. A. WOLLAN: Physic. Rev. 83, 373 (1951). — [21] SHULL, C. G., E. O. WOLLAN u. W. C. KOEHLER: Physic. Rev. 912 (1951). — [22] KRAMERS, H. A.: Physica 1, 182 (1933). — [23] ANDERSEN, P. W.: Physic. Rev. 79, 350 (1950). — [24] FORRER, R.: J. Physique Radium 4, 109 (1933). — [25] NÉEL, L.: Ann. Physique 5, 232 (1936). — [26] HAUTK. u. TH. SCHOON: Z. Elektrochem. 46, 683 (1939). — [27] KLEMM, W.: Z. Elektrochem. 46, 396 (1940). — [28] WEISS, P. u. R. FORRER: Ann. Physique 12, 274 (1939). — [29] MILLAR, R. W.: J. Amer. chem. Soc. 51, 215 (1929). — [30] OKAMURA, T.: Sci. Rep. Tohoku Imp. Univ. 231 (1932). — [31] KOPP: Dissertation Zürich 1919. — [32] GUILLAUD, C.: J. Physique Radium 12, 239 (1951). — [33] SNOEK, J. L.: J. Physique Radium 12, 228 (1951). — [34] SNOEK, J. L.: Developments of new ferromagnetic materials. Amsterdam 1949. — [35] VLECK, J. H. VAN: Rev. mod. Physics 17, 27 (1945). — [36] BIZETTE, H.: Ann. Physique 1, 233 (1946). — [37] FIRGAU, U.: Ann. Phys. 40, 295 (1941). — [38] WANNIER, G. H.: Physic. Rev. 71, 357 (1950). — [39] YIN YUAN LI: Physic. Rev. 84, 721 (1951). — [40] POULIS, N. J., J. VAN DEN HANDEL, J. UBBINK, J. A. POULIS u. C. J. GORTER: Physic. Rev. 82, 552 (1951). — [41] TYLER, W.: Physic. Rev. 44, 776 (1933). — [42] STOUT, W. u. M. GRIFFEL: Physic. Rev. 76, 144 (1949).

Dr. ROBERT OCHSENFELD,
Braunschweig, Beckingerstr. 9.

Buchbesprechungen.

Physikalisches Wörterbuch. Herausgegeben von H. W. WESTPHAL. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1952. V, 1600 S. u. 1595 Abb. Geb. DM 148.—

Zuverlässige Nachschlagewerke werden bei der ständigen Erweiterung der Physik immer unentbehrlicher. Es ist daher zu begrüßen, daß WESTPHAL ein dem neuesten Stand der Forschung entsprechendes Werk geschaffen hat, das eine rasche Orientierung über Fragen aus allen Gebieten der Physik ermöglicht. Gegenüber dem vor 20 Jahren im gleichen Verlag erschienenen Handwörterbuch von BERLINER und SCHEEL stellt das Physikalisches Wörterbuch ein völlig neues Werk dar, insbesondere durch Hinzunahme der physikalischen Chemie, Astrophysik, sowie in gewissem Umfang der Bio- und Geophysik. Selbst die wichtigsten Kapitel aus der Mathematik fehlen nicht. 10 500 Begriffe werden von 80 Bearbeitern, die als hervorragende Sachkenner ihrer Gebiete bekannt sind, erläutert. Zahlreiche gute Abbildungen (darunter die von RÖNTGENS Jagdgewehr unter dem Stichwort Werkstoffprüfung) erhöhen die Anschaulichkeit. Eine weise Beschränkung auf das eigentliche Erkenntnisgut unter weitgehendem Verzicht auf rein technische Anwendungen kommt dem Buch nur zu statten. Das in 2 Teile gegliederte Werk konnte dadurch noch in einem Band herausgebracht werden. Der Anhang enthält einen Abriß der Geschichte der Physik, Lebensdaten von 80 bedeutenden Physikern, Tabellen mit wichtigen Konstanten und Umrechnungsfaktoren, ferner einen Nachtrag der während des Druckes eingegangenen Ergänzungen.

Das ausgezeichnete Werk wird sicher mit Beifall aufgenommen werden. In erster Linie wendet es sich an den Physiker, der sich über ihm weniger geläufige Gebiete informieren will, wobei die vielen Literaturhinweise sehr nützlich sind. Selbstverständlich ist das Buch auch Wissenschaftlern der Nachbargebiete zu empfehlen. Wer sich beispielsweise über den dynamischen Photoelektronenvervielfacher, Isotopentrennung, Wasserstofflampe, V-Teilchen oder sonstige physikalische Begriffe unterrichten will, wird gerne zum Physikalischen Wörterbuch greifen, das von den Abbil-

dungsgesetzen bis zur Zylinderwelt Antwort auf ungezählte Fragen gibt.

W. WAIDELICH.

Strecker, F.: Praktische Stabilitätsprüfung mittels Ortskurven und numerischen Verfahren. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1950. 189 S. u. 101 Abb. DM 18.—

Das Buch ist die letzte Veröffentlichung des leider im November 1951 viel zu früh verstorbenen Verfassers. Es soll dem Physiker und Ingenieur vor allem die praktische Anwendung der Methoden zur Prüfung auf dynamische Stabilität selbstregungsfähiger Systeme nahebringen, die der Verfasser schon 1947 in dem Buch „Die elektrische Selbstregung“ auf Grund seiner bis 1930 zurückgehenden diesbezüglichen Arbeiten behandelt hat. Es werden also vorzugsweise für lineare Systeme durch graphische und numerische Behandlung der Ortskurven geeigneter Systemgrößen in der komplexen Ebene mit der komplexen Frequenz als Parameter die Fragen beantwortet, ob ein untersuchtes System sich selbst erregt oder nicht und gegebenenfalls auf wie vielen Frequenzen (Kriterium 1. Art), weiterhin auch welche Eigenfrequenzen mit welchen (positiven oder negativen) Dämpfungen in dem untersuchten System wirklich auftreten (Kriterium 2. Art). Darüber hinaus werden in dem Buch aber auch sehr wertvolle und zum Teil ganz neue Beiträge zur diesbezüglichen Behandlung nichtlinearer Systeme, insbesondere der Pegelwandler der Nachrichtentechnik, gegeben. Wenn das Buch auch in seinen speziellen Vorstellungen und Begriffen und besonders in seinen Beispielen entsprechend dem engeren Tätigkeitsfeld des Verfassers ganz auf die Fernmeldetechnik abgestellt ist, so muß es doch als Standardwerk für die ganz allgemeine Theorie und Praxis selbstregelter Schwingungen bezeichnet werden, auf das jeder Physiker und Ingenieur zurückgreifen wird, der irgendwie mit Verstärker- und Schwingungserzeuger- oder mit Steuerungs- und Regelungsproblemen beschäftigt ist.

Ausstattung und Druck des Buches entsprechen der diesbezüglichen Tradition des Verlags. G. VAFIADIS.